

## REPORTE DE INVESTIGACIÓN

### 1. Nombre del profesor

Dr. Enrique R. Casares Gil, Mtra. María Guadalupe García Salazar,  
Dra. Lucia A. Ruiz Galindo

### 2. Proyectos registrados ante Consejo Divisional

571 Tasa de crecimiento de una economía liderada por el sector exportador  
607 Análisis Multivariado y de Series de Tiempo

### 3. Líneas de generación y/o aplicación de conocimiento

Crecimiento Económico, Series de Tiempo

### 4. Área o Grupo de Investigación

Grupo de Investigación Modelación Económica: Teórica y Aplicada

## PRESENTACIÓN

El presente documento, titulado **Deuda pública externa y crecimiento endógeno-exógeno. el caso de Perú**, elaborado en conjunto por el Dr. Enrique R. Casares Gil, la Mtra. María Guadalupe García Salazar y la Dra. Lucia A. Ruiz Galindo, es un **reporte de investigación** vinculado a los proyectos **Tasa de crecimiento en una economía liderada por el sector exportador** y **Análisis multivariado y de series de tiempo**, aprobados por el Consejo Divisional de Ciencias Sociales y Humanidades y registrados con los números **571** y **607**, respectivamente. El objetivo de este trabajo es estudiar la relación entre deuda pública externa y crecimiento en una economía exportadora de bienes primarios. Para ello, se desarrolla un modelo de crecimiento económico con dos sectores (primario y manufacturero). El resultado teórico propone que la proporción deuda externa a *PIB* y el crecimiento económico están negativamente relacionados. A través del análisis de series de tiempo se demuestra para la economía de Perú que efectivamente existe una relación negativa entre la deuda pública externa a *PIB* y el crecimiento en el largo plazo. El

grado de avance del presente reporte de investigación reportado por los autores corresponde a un 90%.

**Dr. Sergio Cámara Izquierdo**

**Jefe del Departamento de Economía**

Diciembre de 2021

# DEUDA PÚBLICA EXTERNA Y CRECIMIENTO ENDÓGENO-EXÓGENO. EL CASO DE PERÚ

**Enrique R. Casares**

UAM-A, ercg@azc.uam.mx

**María-Guadalupe García-Salazar**

UAM-A, mggasa@azc.uam.mx

**Lucia A. Ruiz-Galindo**

UAM-A, laruizg@azc.uam.mx

## RESUMEN

Se estudia la relación entre deuda pública externa y crecimiento en una economía exportadora de bienes primarios. El modelo también tiene un sector manufacturero-importador. Existe un progreso técnico exógeno y endógeno, este último depende del riesgo país. Se estudia la respuesta de la economía cuando está enfrenta una disminución de la tasa de interés internacional. El gobierno puede reaccionar permitiendo modificar la proporción deuda pública externa a *PIB* (*DEPIB*). Así, en el estado estacionario, se presentan dos casos. Un caso, en donde al disminuir la tasa de interés internacional, el gobierno no modifica la proporción *DEPIB*. Otro caso, al disminuir la tasa de interés internacional, el gobierno aumenta la proporción *DEPIB*. El modelo propone que la proporción *DEPIB* y crecimiento económico están negativamente asociados. Se prueba esta proposición para el caso de Perú. Se encuentra que las dos variables están cointegradas, y por tanto, existe una relación negativa en el largo plazo entre deuda pública externa a *PIB* y crecimiento.

Palabras clave: Dos sectores, progreso técnico endógeno y exógeno, deuda pública externa, crecimiento económico.

Clasificación JEL: F16, F43, J31, O41.

## 1. INTRODUCCIÓN

Una de las relaciones analizadas en economía es la asociación entre términos de intercambio (*TI*) y crecimiento económico. Para economías exportadoras de materias primas se ha encontrado mayormente una relación positiva (por ejemplo, véase Grimes, 2006, Cavalcanti, Mohaddes y Raissi, 2015).

Otra relación ampliamente estudiada es entre proporción deuda pública (total o externa) a Producto Interno Bruto (*PIB*) y crecimiento económico. Algunos estudios muestran una relación negativa, otros una correlación débil para bajos niveles deuda a *PIB* y para niveles altos una relación negativa. Además, se han encontrado relaciones no-lineales, en forma de U invertida. Por ejemplo, para relaciones negativas, Qureshi y Liaqat (2020) revelan que la deuda externa pública afecta negativamente al crecimiento económico en todas las categorías de ingresos de los 123 países estudiados, para el periodo 1990–2015 (véase también Kumar y Woo, 2015). Para vínculos débiles, Reinhart y Rogoff (2010) afirman que la relación entre deuda pública a *PIB* y crecimiento para los países avanzados y emergentes es débil en niveles de deuda pública a *PIB* inferiores al 90%, pero la relación se vuelve negativa para proporciones superiores al 90%. Para relaciones no-lineales, Pattillo, Poirson y Ricci (2002, 2011) encuentran que la contribución de la deuda externa al crecimiento es no lineal, tiene forma de una U invertida. El punto crítico, donde la contribución de la deuda externa al crecimiento se vuelve negativa, es entre 35 y 40% del *PIB*. Además, para 12 países de la zona del euro, Checherita-Westphal y Rother (2012) encuentran que el umbral está entre el 90 y el 100% del *PIB*, e incluso podría comenzar en niveles del 70 al 80% del *PIB*. Por tanto, en este trabajo se estudia teórica y empíricamente la relación de largo plazo entre la deuda pública externa y crecimiento económico para una economía exportadora de bienes primarios.

En consecuencia, se desarrolla un modelo de crecimiento económico con dos sectores, primario-exportador y manufacturero-importador. Así, esta economía es una exportadora de productos primarios, como muchas economías latinoamericanas. La economía es abierta y pequeña. Existe un riesgo país que

depende positivamente de la proporción deuda pública externa a *PIB* del sector primario. Asimismo, existe un progreso técnico con un componente exógeno y otro endógeno, que depende del capital por trabajo efectivo (Villanueva, 1994, y Villanueva y Mariano, 2007). Para simplificar, el sector primario usa un factor fijo y trabajo (Roldos, 1991). El factor fijo es tierra. Sin embargo, se puede considerar al factor fijo como ampliamente definido. Stuermer y Schwerhoff (2017) afirman que el progreso técnico aplicado al proceso de extracción-descubrimiento de productos minerales producirá que a largo plazo las reservas sean constantes, hasta que termine su utilidad económica (ellos dan evidencia empírica). En este artículo, se considera que el factor fijo está ampliamente definido. El sector manufacturero importador usa el factor trabajo y capital. El gobierno emite deuda pública externa. Los hogares consumen una fracción variable de su ingreso disponible.

Las políticas económicas en América Latina recientemente han sido más prudentes y benignas, cuidando la estabilidad macroeconómica (véase De Gregorio, 2014). Gruss (2014) afirma que un círculo virtuoso es utilizar la bonanza de las materias primas para acumular activos extranjeros o reducir la deuda externa. Por tanto, se estudia en el estado estacionario, cómo la economía responde a una disminución en la tasa de interés internacional y el gobierno puede modificar su proporción deuda pública externa a *PIB* en dos formas diferentes. El caso 1 (neutral), el gobierno no modifica el parámetro deuda pública externa a *PIB*. El caso 2 (sobreendeudamiento), la reacción gubernamental es aumentar la proporción deuda pública externa a *PIB*. En el estado estacionario, cuando la tasa de interés internacional disminuye y se produce alguna de las dos reacciones del gobierno, siempre se produce una relación negativa entre deuda pública externa a *PIB* y la tasa de crecimiento. Así, el modelo propone una relación negativa de largo plazo entre proporción de deuda pública externa a *PIB* y crecimiento.

En la parte empírica se formuló un modelo con el propósito de saber si los datos dan evidencia a favor de lo formulado en la parte teórica, para ello se elige la economía de Perú, país pequeño que se caracteriza por ser exportador de materias prima y se utiliza información anual para el periodo 1980-2019 del Banco Mundial. Se realiza un análisis de series de tiempo, en donde se especificó un modelo de

corrección de error. Integrado por una relación de corto plazo y una de largo plazo. El resultado muestra que las variables de los primeros rezagos en la relación de corto plazo y las incluidas en la de largo, son estadísticamente significativas. En la relación de cointegración entre logaritmo del *PIB* per cápita y logaritmo de la deuda pública externa se tiene que hay un impacto negativo de esta última variable en la primera.

Con respecto a la relación deuda pública a crecimiento, Schclarek y Ramon-Ballester (2005) muestran una relación negativa entre deuda total externa y crecimiento económico para un conjunto de países de América Latina (incluyendo Perú). Esta relación negativa esta comandada principalmente por la deuda pública externa. También, Calderón y Fuentes (2013) obtienen una relación negativa y robusta entre deuda pública y crecimiento, para países de América Latina, periodo 1970–2010. Perú fue uno de los más beneficiados en su crecimiento, debido a sus mejoras en el manejo de las finanzas publicas y el perfil descendente de su deuda pública. Para relaciones no lineales, Gil-León, John William Rosso-Murillo y Ramírez-Hernández (2019) estudian el caso latinoamericano (con Perú). Ellos muestran que cuando la deuda pública a *PIB* pasa del 75% produce un efecto negativo al crecimiento. Del mismo modo, con Perú en la muestra de países, Jacobo y Jalile (2017) muestran una relación cóncava entre deuda pública a *PIB* y la tasa de crecimiento, donde el punto de inflexión es entre 64 y 71%.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, se desarrolla el modelo de crecimiento con dos sectores y un progreso técnico exógeno-endógeno. En la sección 3, se soluciona el modelo. En sección 4 se deduce el estado estacionario. En la sección 5, se estudia cómo responde la economía, en el estado estacionario, cuando se da una disminución de la tasa de interés internacional, sin y con reacción del gobierno. En la sección 6, se muestra la evidencia econométrica. Finalmente, en la sección 7, se dan las conclusiones.

## 2. EL MODELO DE CRECIMIENTO

La economía es abierta y pequeña con dos sectores productivos, primario-exportador y manufacturero-importador. Por tanto, los precios de los bienes y la tasa de interés internacional están dados por el mercado mundial. Las funciones de producción de ambos sectores son Cobb-Douglas. La tasa de crecimiento del progreso técnico tiene un componente endógeno y otro exógeno (véase Agenor, 2000). Hay un costo en la movilidad del trabajo, que depende del diferencial salarial entre sectores. El gobierno se financia en el mercado internacional. Los hogares ahorran una fracción variable de su ingreso disponible.

### 2.1 SECTOR EXPORTADOR DE BIENES PRIMARIOS

La empresa representativa del sector primario utiliza factor trabajo, un recurso natural fijo y tecnología. Así, la función de producción de la empresa representativa es:

$$Y_A = AF^\alpha L_A^{1-\alpha} \quad (1)$$

donde  $Y_A$  es el producto o ingreso en el sector primario,  $A$  es el progreso técnico exógeno-endógeno (explicado más adelante),  $F$  es un factor de producción fijo (estrictamente tierra),  $L_A$  es el trabajo empleado en el sector,  $\alpha$  y  $(1 - \alpha)$  son pagos al factor fijo y a  $L_A$  respecto al producto en el sector, respectivamente, con  $0 < \alpha < 1$ . Es conveniente señalar, como lo hacen Stuermer y Schwerhoff (2017), que el progreso técnico aplicado al proceso de extracción y descubrimiento de recursos minerales producirá que las reservas minerales sean constantes (hasta que termine su utilidad comercial). Por tanto, los recursos minerales pueden ser factores fijos ampliamente definidos (ellos muestran datos históricos). En este artículo, se considera esta definición ampliada.

La empresa representativa del sector primario maximiza beneficios  $\pi_A = p_A AF^\alpha L_A^{1-\alpha} - w_A L_A - R_F F$ , donde  $p_A = P_A/P_M$  es el precio relativo mundial del bien exportable,  $P_A$ , respecto al precio mundial del bien importable  $P_M$ , o términos de

intercambio,  $w_A$  es el salario en el sector primario y  $R_F$  es el precio de renta del factor fijo. Las condiciones de primer orden son:

$$w_A = p_A A F^\alpha (1 - \alpha) L_A^{-\alpha} \quad (2)$$

$$R_F = p_A A \alpha F^{\alpha-1} L_A^{1-\alpha} \quad (3)$$

La ecuación (2) dice que  $w_A$  es igual al valor del producto marginal de  $L_A$ . La ecuación (3) establece que la renta real  $R_F/p_A$  es igual al producto marginal de  $F$ .

## 2.2 SECTOR IMPORTADOR DE BIENES MANUFACTUREROS

La empresa representativa del sector manufactura utiliza factor trabajo, capital físico y tecnología. Así, la función de producción Cobb-Douglas de la empresa representativa es:

$$Y_M = K^\beta (AL_M)^{1-\beta} \quad (4)$$

donde  $Y_M$  es el producto o ingreso en el sector manufacturero,  $K$  es el acervo de capital físico,  $L_M$  es el trabajo empleado en la manufactura,  $AL_M$  es el progreso técnico aplicado a  $L_M$  o trabajo efectivo,  $\beta$  y  $(1 - \beta)$  son pagos al capital físico y a  $L_M$  respecto al producto manufacturero, respectivamente, con  $0 < \beta < 1$ .

La tasa de crecimiento del progreso técnico tiene un componente endógeno y otro exógeno (Villanueva, 1994, Villanueva y Mariano, 2007). El componente endógeno es producido en el sector manufacturero por un aprendizaje por la práctica (Arrow, 1962). Así, el progreso técnico endógeno es un efecto colateral de  $k = K/L_M$ , donde  $k$  es el capital por trabajo empleado en la manufactura (Agénor, 2000). Es importante señalar que, en este modelo, el aprendizaje por la práctica no se considera una externalidad. El componente exógeno está dado por la constante positiva  $x$ . Así, el cambio en el tiempo del progreso técnico es  $\dot{A} = \theta k + xA$ , donde  $\dot{A} = dA/dt$  y  $\theta$  es un parámetro positivo de aprendizaje. Dividiendo la ecuación anterior por  $A$ , se obtiene la tasa de crecimiento del progreso técnico:



$$\frac{\dot{A}}{A} = \theta \left( \frac{K}{AL_M} \right) + x = \theta \hat{k} + x \quad (5)$$

donde  $\hat{k}$  es el capital por trabajo efectivo,  $\hat{k} = K/AL_M$ .

Se define a  $r^W$  como la tasa de interés mundial y  $B_G$  como la deuda pública externa. La economía enfrenta un riesgo país que depende positivamente de la fracción de deuda pública externa respecto al PIB del sector exportador ( $B_G/p_A Y_A$ ), es decir, a mayor nivel de  $B_G$  respecto a  $p_A Y_A$ , el gobierno (y el país) tendrá menor capacidad de pago y habrá un riesgo país mayor. La tasa de interés,  $r$ , sobre los activos domésticos (capital), la deuda pública externa y la deuda privada externa de los hogares es:

$$r = r^W + \eta(B_G/p_A Y_A) \quad (6)$$

donde  $\eta$  es un parámetro positivo. La empresa representativa en el sector manufactura maximiza beneficios  $\pi_M = K^\beta (AL_M)^{1-\beta} - w_M L_M - R_K K$ , donde  $w_M$  es el salario en el sector y  $R_K$  es el precio de renta del capital, dado por  $R_K = r^W + \eta(B_G/p_A Y_A) + \delta$ , donde  $\delta$  es la tasa de depreciación del capital,  $\delta > 0$ . Las condiciones de primer orden son:

$$w_M = AK^\beta (1 - \beta)(AL_M)^{-\beta} = A(1 - \beta)\hat{k}^\beta \quad (7)$$

$$R_K = r^W + \eta(B_G/p_A Y_A) = \beta K^{\beta-1} (AL_M)^{1-\beta} \quad (8)$$

La ecuación (7) establece que  $w_M$  es igual al producto marginal de  $L_M$ . La ecuación (8) dice que  $R_K$  es igual al producto marginal de  $K$ .

Como se está interesado en relaciones de largo plazo, se omite un costo de ajuste o de movilidad del trabajo entre sectores que depende del diferencial salarial entre sectores (como presentado en Mas-Colell y Razin, 1973). Por tanto, si se

introduce este costo de ajuste el modelo tendrá dinámica de transición (por el momento se omitirá).

### 2.3 GOBIERNO

La restricción presupuestal del gobierno es:

$$\dot{B}_G = [r^W + \eta(B_G/p_A Y_A)] B_G + G_A + G_M - T_A - T_M \quad (9)$$

donde  $\dot{B}_G$  representa el incremento en el tiempo de la deuda pública externa o bonos emitidos por el gobierno en los mercados internacionales ( $B_G$ ). Se supone que la deuda pública externa es una fracción constante positiva,  $b_G$ , del valor de la producción del sector primario-exportador,  $B_G = b_G p_A Y_A$ . Diferenciando  $B_G$ , se obtiene  $\dot{B}_G = b_G p_A \dot{Y}_A$ . Así, el riesgo país es  $\eta(B_G/p_A Y_A) = \eta b_G$ . El gasto público en bienes primarios,  $G_A$ , es una fracción constante positiva,  $\gamma_A$ , del valor de la producción del sector primario,  $G_A = \gamma_A p_A Y_A$ . Asimismo, el gasto público en bienes manufactureros,  $G_M$ , es una fracción constante positiva,  $\gamma_M$ , del producto del sector manufactura,  $G_M = \gamma_M Y_M$  e igual a un impuesto de suma fija cargado a los hogares,  $T_M$ , es decir,  $G_M = \gamma_M Y_M = T_M$ . Observe que respecto al gasto en bienes importables hay equilibrio presupuestal:  $G_M = T_M$ . Por tanto, la restricción presupuestal del gobierno es:

$$\dot{B}_G = [r^W + \eta(B_G/p_A Y_A)] B_G + G_A - T_A$$

Para satisfacer la ecuación anterior, el nivel de  $T_A$  se calcula residualmente

$$T_A = (r^W + \eta b_G) b_G p_A Y_A + \gamma_A p_A Y_A - b_G p_A \dot{Y}_A \quad (10)$$

## 2.4 HOGARES

La restricción presupuestal del hogar representativo es:

$$\begin{aligned} & w_A L_A + w_M L_M + R_F F + R_K K - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M \\ & = p_A C_A + C_M + I - \dot{B}_H \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $w_A L_A + w_M L_M$  es el ingreso salarial,  $R_F F + R_K K$  es el ingreso por rendimiento de los activos,  $F$  y  $K$ . Como  $B_H$  es la deuda externa privada del hogar representativo,  $(r^w + \eta b_G) B_H$  es el pago de intereses sobre la deuda externa privada. El hogar representativo gasta en bienes de consumo, es decir,  $C_A$  es el consumo en el bien primario y  $C_M$  es el consumo en el bien manufacturero. Se define  $I = \dot{K} + \delta K$  como la inversión bruta, donde  $\dot{K}$  es la inversión neta y  $\delta K$  es el monto por depreciación. La acumulación de activos netos de deuda es  $\dot{K}$  menos  $\dot{B}_H$ , donde  $\dot{B}_H$  es el incremento de la deuda privada externa en el tiempo.

Se considera que el hogar representativo tiene una restricción al crédito internacional. Con esta restricción, la deuda externa del hogar representativo es una fracción constante positiva,  $b_H$ , del capital físico, es decir,  $B_H = b_H K$ , con  $0 < b_H < 1$ . En otras palabras, el capital se utiliza como colateral para los créditos internacionales. Así, los hogares poseen todo el acervo de  $K$  y los residentes del resto del mundo poseen los bonos privados colocados en el mercado internacional,  $B_H$ , o deuda externa sobre  $K$  (véase Barro, Mankiw y Sala-i-Martin, 1995). Diferenciando  $B_H = b_H K$ , se obtiene que  $\dot{B}_H = b_H \dot{K}$ .

El consumo agregado,  $C$ , está definido como  $C = p_A C_A + C_M$ . Se considera que el consumo agregado del hogar representativo es una fracción variable de su ingreso neto de pagos de intereses e impuestos. La función de consumo agregado es:

$$C = (1 - s)[w_A L_A + w_M L_M + R_F F + R_K K - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M] \quad (12)$$

donde  $s$  es la tasa de ahorro o inversión que será variable con el tiempo.

## 2.5 MERCADOS

Para obtener la identidad ahorro igual a inversión, primero se sustituye  $w_A$ ,  $w_M$ ,  $R_F$  y  $R_K$ , ecuaciones (2), (3), (7) y (8), en la restricción presupuestal de los hogares, ecuación (11), obteniéndose:

$$p_A Y_A + Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H = C + I + T_A + T_M - \dot{B}_H \quad (13)$$

Segundo, se sustituye  $w_A$ ,  $w_M$ ,  $R_F$  y  $R_K$ , en la función de consumo agregado, consiguiéndose:

$$C = (1 - s)[p_A Y_A + Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M] \quad (14)$$

Finalmente, sustituyendo la función de consumo agregado, ecuación (14), en la ecuación (13), se obtiene la condición de ahorro igual a inversión:

$$s[p_A Y_A + Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M] + \dot{B}_H = I \quad (15)$$

donde  $s[p_A Y_A + Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M]$  es el ahorro doméstico del hogar representativo y  $\dot{B}_H$  es el ahorro externo. Las dos formas de ahorro se dirigen a la inversión. Sustituyendo  $G_M = T_M$  y  $T_A$ , ecuación (10), en ecuación (13), se tiene:

$$p_A Y_A + Y_M - (r^w + \eta b_G) B = C + I + G - \dot{B} \quad (16)$$

donde  $G = G_A + G_M$ ,  $B = B_H + B_G$  y  $\dot{B} = \dot{B}_H + \dot{B}_G$ . Del mismo modo, la cuenta corriente deficitaria de la economía es:

$$\dot{B} = (r^w + \eta b_G) B - (X - M) \quad (17)$$

donde  $(r^w + \eta b_G)B$  es el pago de intereses sobre la deuda externa privada y pública,  $X$  son las exportaciones del bien primario,  $M$  son las importaciones del bien manufacturero y  $(X - M)$  es el saldo comercial. Sustituyendo la ecuación (17) en la ecuación (16), se obtiene la restricción de recursos de la economía:

$$p_A Y_A + Y_M = C + I + G + (X - M) \quad (18)$$

La oferta laboral,  $L$ , es constante y el mercado laboral está definido como  $L = L_A + L_M$ . El producto interno bruto,  $Y_{PIB}$ , es:

$$Y_{PIB} = p_A Y_A + Y_M \quad (19)$$

El ingreso nacional,  $Y_{IN}$ , está definido como:

$$Y_{IN} = p_A Y_A + Y_M - (r^w + \eta b_G)B \quad (20)$$

### 3. VARIABLES ESTACIONARIAS

El modelo se redefine en variables estacionarias que son constantes en el estado estacionario. Como la oferta total de trabajo es constante, se normaliza a uno,  $L = 1$ . Con esto, el trabajo empleado sectorialmente puede ser redefinido como proporciones,  $L_A = n$  y  $L_M = (1 - n)$ , donde  $n$  es la proporción de trabajo empleado en el sector primario y  $(1 - n)$  es la proporción de trabajo empleado en el sector manufactura. Por tanto, el mercado laboral se redefine como  $n + (1 - n) = 1$ . Entonces,  $n$  es constante en el estado estacionario. También, es posible afirmar que el capital por trabajo efectivo,  $\hat{k} = K/AL_M$ , es constante en el estado estacionario. Por tanto, el modelo puede ser resuelto determinando primero los niveles de  $n$  y  $\hat{k}$ . Una vez conocidos  $n$  y  $\hat{k}$ , las otras variables del modelo pueden ser determinadas.

Por tanto, se redefinen las ecuaciones del modelo en términos de  $n$  y  $\hat{k}$ . Quedan como:

$$Y_A = AF^\alpha n^{1-\alpha} \quad (21)$$

$$w_A = p_A AF^\alpha (1 - \alpha) n^{-\alpha} \quad (22)$$

$$R_F = p_A A \alpha F^{\alpha-1} n^{1-\alpha} \quad (23)$$

$$Y_M = A \hat{k}^\alpha (1 - n) \quad (24)$$

$$w_M = A(1 - \beta) \hat{k}^\beta \quad (25)$$

Como,  $B_G = b_G p_A Y_A$  y  $r^W + \eta(B_G/p_A Y_A) = \beta K^{\beta-1} (AL_M)^{1-\beta}$ , se tiene:

$$r^W + \eta b_G = \beta \hat{k}^{\beta-1} \quad (26)$$

#### 4. SOLUCIÓN DE ESTADO ESTACIONARIO

Despejando  $\hat{k}$  de la ecuación (8), se obtiene:

$$\hat{k}^* = \left[ \frac{\beta}{r^W + \eta b_G} \right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (27)$$

donde  $\hat{k}^*$  es el capital por trabajo efectivo de estado estacionario (los niveles de estado estacionario se identifican con un \*). Como se observa en la ecuación (27), el nivel de  $\hat{k}^*$  depende solamente de parámetros. Es decir,  $\hat{k}^*$  siempre se encuentra en un estado estacionario. Asimismo, en el estado estacionario se tiene que  $w_A = w_M$  o  $p_A F^\alpha (1 - \alpha) n^{-\alpha} = (1 - \beta) \hat{k}^\beta$ . Despejando  $n$  de la ecuación anterior, se obtiene el nivel de  $n$  de estado estacionario:

$$n^* = \left[ \frac{p_A F^\alpha (1 - \alpha)}{\hat{k}^{*\beta} (1 - \beta)} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (28)$$

como  $\hat{k}^*$  es constante, el nivel de  $n^*$  es constante en el estado estacionario. Por tanto, se ha encontrado el estado estacionario de esta economía. A partir de  $\hat{k}^*$  y  $n^*$ , se determinan los niveles de estado estacionario de las demás variables del modelo.

Para obtener la tasa de crecimiento del producto en el sector de materias primas,  $g_{Y_A}$ , se aplican logaritmos y derivadas respecto al tiempo a la función de producción del sector (considerando que  $n^*$  y  $\hat{k}^*$  son constantes), ecuación (21), consiguiéndose:

$$g_{Y_A}^* = \frac{\dot{Y}_A}{Y_A} = \frac{\dot{A}}{A} \quad (29)$$

Del mismo modo, para obtener la tasa de crecimiento del capital físico,  $g_K$ , se aplican logaritmos y derivadas respecto al tiempo a  $\hat{k} = K/A(1 - n)$ , se obtiene  $\dot{K}/K = \dot{A}/A$ . La tasa de crecimiento del capital físico es:

$$g_K^* = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{A}}{A} \quad (30)$$

Considerando la definición de  $\hat{k}$ , y aplicando logaritmos y derivadas respecto al tiempo a la función de producción del sector manufactura,  $Y_M = A(1 - n)\hat{k}^\beta$ , se consigue la tasa de crecimiento del producto en el sector manufactura:

$$g_{Y_M}^* = \frac{\dot{Y}_M}{Y_M} = \frac{\dot{A}}{A} \quad (31)$$

donde  $g_{Y_M}$  es la tasa de crecimiento de  $Y_M$ . A continuación, se obtiene la tasa de crecimiento de  $Y_{PIB}$ ,  $g_{Y_{PIB}}$ . Sustituyendo las funciones de producción, ecuaciones (1) y (4),  $\hat{k} = K/A(1 - n)$  en (19) y diferenciando, se obtiene:

$$g_{Y_{PIB}}^* = \frac{\dot{A}}{A} \quad (32)$$

Utilizando la definición del ingreso nacional, ecuación (20), y procediendo del mismo modo, se obtiene la tasa de crecimiento de  $Y_{IN}$ :

$$g_{Y_{IN}}^* = \frac{\dot{Y}_{IN}}{Y_{IN}} = \frac{\dot{A}}{A} \quad (33)$$

donde  $g_{Y_{IN}}$  es la tasa de crecimiento del  $Y_{IN}$ . También, como  $B_H = b_H K$  y  $B_G = b_G p_A Y_A$ , la deuda externa privada y pública crecen a la tasa del progreso técnico. Por tanto, se ha demostrado, en el estado estacionario, que las tasas de crecimiento de  $Y_A$ ,  $K$ ,  $Y_M$ ,  $B_H$ ,  $B_G$ ,  $Y_{PIB}$  y  $Y_{IN}$  crecen a la misma tasa e igual a  $g_A = \theta \hat{k}^* + x$ .

Sustituyendo  $Y_A = AF^\alpha n^{1-\alpha}$ ,  $Y_M = A \hat{k}^\alpha (1-n)$ ,  $B_H = b_H K$ ,  $\dot{B}_H = b_H \dot{K}$ ,  $B_G = b_G p_A Y_A$ ,  $\dot{B}_G = b_G p_A \dot{Y}_A$ ,  $T_A$ , dada por la ecuación (10),  $T_M = \gamma_M Y_M$  y  $I = \dot{K} + \delta K$ , en la ecuación ahorro igual inversión, ecuación (15) y dividiéndola por  $K = \hat{k}A(1-n)$ , se obtiene:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{1}{(1-b_H)} \left\{ s \left[ (1-\gamma_A) \frac{p_A F^\alpha n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} + (1-\gamma_M) \frac{1}{\hat{k}^{1-\beta}} \right] - (r^w + \eta b_G) \left( b_H + b_G \frac{p_A F^\alpha n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} \right) + b_G \frac{p_A F^\alpha n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} \frac{\dot{Y}_A}{Y_A} \right] - \delta \right\} \quad (34)$$

Dado que  $g_K = \dot{K}/K$  está determinada por la ecuación (30) y  $g_{Y_A} = \dot{Y}_A/Y_A$  esta determinada por la ecuación (29), la tasa de ahorro puede ser determinada por medio de la ecuación anterior. Despejando  $s$  de la ecuación (34):

$$s = \frac{[(1-b_H)g_K + \delta]}{H} \quad (35)$$

donde 
$$H = \left[ (1-\gamma_A) \frac{p_A F^\alpha n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} + (1-\gamma_M) \frac{1}{\hat{k}^{1-\beta}} - (r^w + \eta b_G) \left( b_H + b_G \frac{p_A F^\alpha n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} \right) + b_G \frac{p_A F^\alpha n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} g_{Y_A} \right].$$



El nivel de estado estacionario de la tasa de ahorro es:

$$s^* = \frac{[(1 - b_H)g_K^* + \delta]}{H^*} \quad (36)$$

$$\text{con } H^* = \left[ (1 - \gamma_A) \frac{p_A F^\alpha n^{*(1-\alpha)}}{\hat{k}^{*(1-n^*)}} + (1 - \gamma_M) \frac{1}{\hat{k}^{*(1-\beta)}} - (r^w + \eta b_G) \left( b_H + b_G \frac{p_A F^\alpha n^{*(1-\alpha)}}{\hat{k}^{*(1-n^*)}} \right) + b_G \frac{p_A F^\alpha n^{*(1-\alpha)}}{\hat{k}^{*(1-n^*)}} g_{Y_A}^* \right].$$

Una medida ampliamente utilizada para determinar el grado de solvencia de un gobierno (y de un país) es la proporción deuda pública externa a *PIB* total,  $B_{G/PIB} = B_G/Y_{PIB}$ . Dividiendo  $B_G = b_G p_A Y_A$  por  $Y_{PIB}$ , ecuación (19), se obtiene:

$$B_{G/PIB}^* = \frac{b_G}{\left( 1 + \frac{\hat{k}^{*\beta}(1-n^*)}{p_A F^\alpha n^{*(1-\alpha)}} \right)} \quad (37)$$

## 5. DISMINUCIÓN DE LA TASA DE INTERÉS INTERNACIONAL Y REACCIÓN GUBERNAMENTAL EN EL ESTADO ESTACIONARIO

Ahora, se estudian dos casos de cómo responde la economía, en el estado estacionario, a una disminución de  $r^w$  cuando el gobierno no modifica la proporción deuda externa a *PIB* (caso neutral) y cuando el gobierno aumenta dicha proporción (caso sobreendeudado). Puesto que, el nivel de  $\hat{k}^*$  depende  $r^w$ , ecuación (27), se tiene que si  $r^w$  disminuye, el nivel de  $\hat{k}^*$  aumenta.

Dado que las tasas de crecimiento en el estado estacionario de  $K$ ,  $Y_A$ ,  $Y_M$ ,  $Y_{PIB}$  y  $Y_{IN}$  son iguales a la tasa del progreso técnico,  $g_A = \theta \hat{k}^* + x$ , y como  $\hat{k}^*$  aumenta, se tiene que las tasas de crecimiento de las variables anteriormente mencionadas crecen a una tasa de crecimiento mayor.

A continuación, se muestra una simulación para el **CASO BASE**, en el estado estacionario. Sea  $r^w = 0.03$  y  $b_G = 0.5$ . Parámetros:  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 0.4$ ,  $F = 1$ ,  $\theta = 0.0005$ ,  $x = 0.01$ ,  $p_A = 2$ ,  $\delta = 0.03$ ,  $\mu = 1$ ,  $b_H = 0.1$ ,  $\gamma_A = 0.18$ ,  $\gamma_M = 0.18$  y  $\eta =$

0.09. El resultado es:  $n^* = 0.408$ ,  $\hat{k}^* = 16.28$ ,  $s^* = 0.197$ ,  $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A = 0.0181$  y  $B_{G/PIB}^* = 0.185$ . La proporción  $B_{G/PIB}^*$  es igual al 18.5% del PIB y la tasa de crecimiento anual del 1.81%.

Ahora, se muestra el **CASO NEUTRAL** y ver cómo responde la economía, en el estado estacionario, a una disminución de  $r^w$  de 0.03 a 0.025 y el gobierno mantiene  $b_G$  inalterable. Los demás parámetros permanecen al mismo nivel. El Resultado es:  $n^* = 0.350$ ,  $\hat{k}^* = 18.26$ ,  $s^* = 0.235$ ,  $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A = 0.0191$  y  $B_{G/PIB}^* = 0.158$ . La proporción  $B_{G/PIB}^*$  es igual al 15.8% del PIB y la tasa de crecimiento anual del 1.91%. Por tanto, en el estado estacionario, resulta en una relación negativa entre deuda pública externa a PIB y la tasa de crecimiento

Finalmente, se muestra el **CASO SOBREENDEUDADO** y ver cómo responde la economía, en el estado estacionario, a una disminución de  $r^w$  de 0.03 a 0.025 y el gobierno aumenta  $b_G$  de 0.5 a 0.7. Los demás parámetros permanecen al mismo nivel. El resultado es:  $n^* = 0.582$ ,  $\hat{k}^* = 12.47$ ,  $s^* = 0.119$ ,  $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A = 0.0162$  y  $B_{G/PIB}^* = 0.381$ . La proporción  $B_{G/PIB}^*$  es igual a 38.1% del PIB y tasa de crecimiento anual del 1.62%. Por tanto, en el estado estacionario, otra vez resulta en una relación negativa entre deuda pública externa a PIB y la tasa de crecimiento. Así, en todos los casos se dio una relación negativa en el largo plazo entre deuda pública externa a PIB y crecimiento económico. A continuación, se procede a demostrar esta relación para el caso del Perú.

## 6. EVIDENCIA EMPÍRICA

Se plantea un modelo con el propósito de saber si la información empírica da evidencia a favor de lo formulado en la parte teórica, para ello se elige la economía de Perú, país pequeño que se caracteriza por ser exportador de materias prima y se utiliza información anual para el periodo 1980-2019. Se aplica el análisis de series de tiempo que conduce a la especificación de un modelo de corrección de error integrado por una relación de corto plazo entre el crecimiento per-cápita de

Perú y el correspondiente a la proporción de deuda externa en relación con el *PIB*, y una de largo plazo entre el *PIB* per-cápita y la proporción mencionada. El modelo es adecuado tanto económicamente como econométricamente y que en el Perú y de él se obtiene que la desviación del crecimiento económico per-cápita en el Perú respecto al nivel de equilibrio de largo plazo se corrige anualmente en 5.1%.

## **ANÁLISIS DE COINTEGRACIÓN Y RELACIÓN DE EQUILIBRIO DE LARGO PLAZO**

Esta Sección tiene por objetivo presentar un análisis aplicado para contrastar si la información empírica da evidencia a favor o en contra del modelado económico teórico que se ha desarrollado en las Secciones anteriores. El estudio se realiza para Perú, país pequeño y tradicionalmente exportador de materias primas, tal y como lo establece el marco teórico.

El análisis empírico consiste en estudiar si existe una relación de equilibrio de largo plazo o simplemente, una relación de cointegración, entre el crecimiento económico per-cápita y la proporción que tiene la deuda pública externa con el *PIB*, para lo cual se requiere que esas variables sean estacionarias en covarianza, integradas del mismo orden y cointegradas. De esta manera, si las series de datos de Perú de esas variables satisfacen las propiedades mencionadas se estará en condiciones de plantear un modelo de corrección de error en donde se espera que en la relación de largo plazo la proporción deuda externa a *PIB* tenga un impacto negativo en el *PIB* per-cápita de ese país.

Primero se analiza si las series elegidas para cada una de las variables son estacionarias, para así poder determinar su orden de integración, y en caso de tener el mismo, continuar con las pruebas de cointegración o de existencia de una relación de largo plazo. Con las series integradas del mismo orden, se llevan a cabo las pruebas de cointegración de Johansen (Johansen, 1991): la del máximo valor propio y la de la traza, y si están cointegradas se procede a plantear un modelo de corrección de error para el crecimiento económico per-cápita del Perú.

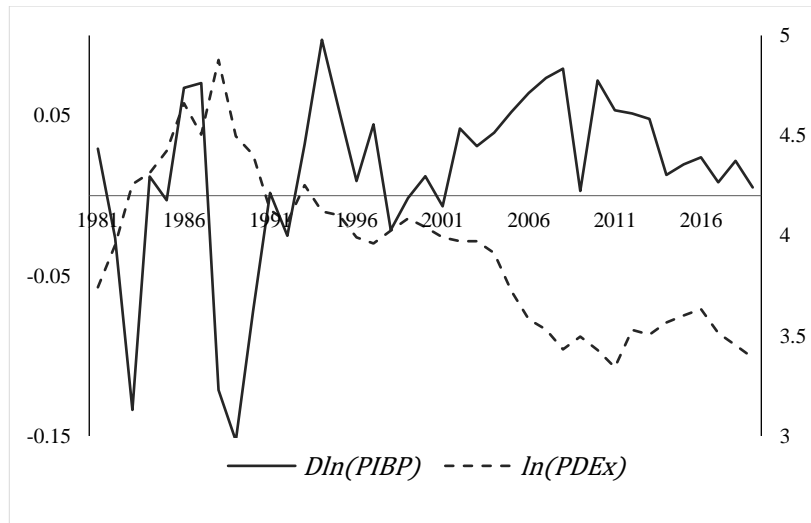
## 6.1 INFORMACIÓN EMPÍRICA

Se utiliza información anual del Banco Mundial para el periodo 1980-2019 con base 2010. El análisis se inicia con las variables en logaritmos (log-niveles):  $\ln(PIBP_t)$  y  $\ln(PDEx_t)$ , donde  $PIBP_t$  es el  $PIB_t$  per-cápita y  $PDEx_t$  es la proporción de la deuda pública externa,  $DPEx$ , respecto al  $PIB$ , de manera respectiva, y son calculadas como

$$PIBP_t = \frac{PIB_t}{Pobl_t}, \quad PDEx_t = \frac{PDEx_t}{PIB_t},$$

$Pobl_t$  es la población, y le sigue el análisis de las tasas de crecimiento de cada variable que se denotan como  $D\ln(PIBP_t)$  y  $D\ln(PDEx_t)$ ,  $t = 1980, \dots, 2019$ . La Gráfica 6.1 presenta la dinámica del crecimiento per-cápita,  $D\ln(PIBP_t)$ , y de la proporción deuda externa-  $PIB$ ,  $\ln(PDEx_t)$ , en ella se observa que en general tienen una relación inversa entre las dos.

Gráfica 6.1 Dinámica de  $D\ln(PIBP_t)$  y  $\ln(PDEx_t)$ .



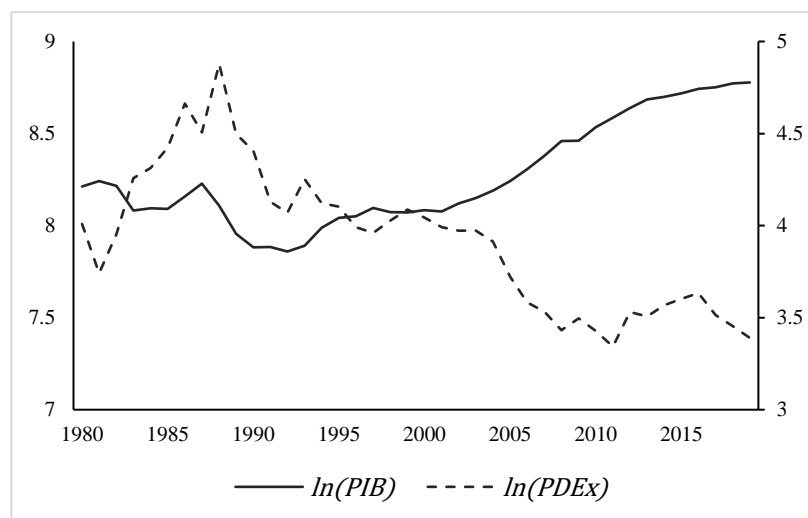
## 6.2. ESTACIONARIEDAD Y ORDEN DE INTEGRACIÓN DE LAS VARIABLES

El estudio de la estacionariedad se hará mediante un análisis gráfico y en seguida de manera más formal, se llevarán a cabo las pruebas tradicionales de raíces unitarias: la Aumentada de Dickey y Fuller (ADF) (Dickey y Fuller, 1979), la de Phillips y Perron (PP) (Phillips y Perron (1988) y la de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS) (Kwiatkowski, Philipps, Schmidt y Shin, 1992).

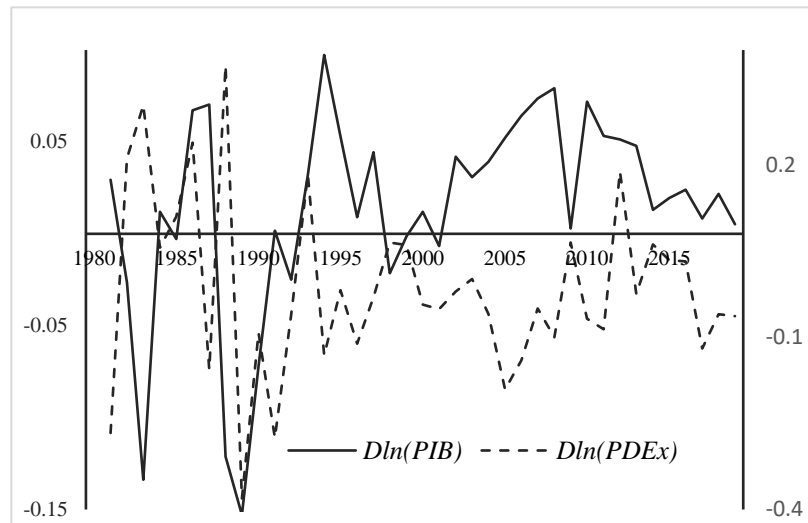
### ANÁLISIS GRÁFICO

En la Gráfica 6.2 se muestra el comportamiento de las variables en log- niveles y en la 6.3 el de su correspondiente crecimiento. Se mira que las variables en log-niveles no son estacionarias debido a que ambas presentan tendencia, sin embargo, sus correspondientes tasas de crecimiento  $Dln(PIBP)$  y  $Dln(PDEx)$ , sí lo son. De manera que de acuerdo con este análisis se puede decir que  $ln(PIBP)$  y  $ln(PDEx)$  que son integradas de primer orden.

Gráfica 6.2. Dinámica de las variables en log-niveles.



Gráfica 6.3. Dinámica de las tasas de crecimiento.



## PRUEBAS DE RAÍCES UNITARIAS

Las pruebas estadísticas de raíces unitarias permiten averiguar de manera formal, si la series en log-niveles o en primeras diferencias son estacionarias o no. El Cuadro 6.1 muestra los resultados de las pruebas ADF, PP y KPSS, y se hicieron incorporando en sus correspondientes regresiones, el intercepto y el intercepto y tendencia lineal. Se observa que las pruebas ADF y PP no rechazan la hipótesis nula de no estacionariedad, mientras que la KPSS rechaza la hipótesis nula de estacionariedad para la variable  $\ln(PIBP)$ ; sin embargo, para  $\ln(PDEx)$  se tiene que cuando la regresión incorpora solo intercepto se rechaza la hipótesis nula de estacionariedad, pero cuando se introduce intercepto y tendencia no se rechaza. Por su parte, la tasa de crecimiento del  $PIBP$  y de  $PDEx$  sí son estacionarias de acuerdo con las tres pruebas, por lo que se puede concluir que las variables en log-niveles son integradas de orden uno, es decir,  $\ln(PIBP) \sim I(1)$  y  $\ln(PDEx) \sim I(1)$ , y por ello susceptibles de ser cointegradas.

Cuadro 6.1. Pruebas de raíz unitaria con tasa anual

	$\ln(PIBP)$	$\ln(PDex)$	$D\ln(PIBP)$	$D\ln(PDEx)$
<b>ADF</b>				
- Intercepción	-0.2167 (-2.9411) [0.9276]	-0.8396 (-2.9389) [0.7964]	-3.6085 (-2.9411) [0.0102]	-6.9643 (-2.9411) [0.0000]
- Intercepción y tendencia	-2.5288 (-3.5331) [0.3134]	-2.6284 (-3.5298) [0.2706]	-2.5288 (-3.5330) [0.3134]	-7.2128 (-3.5331) [0.0000]
<b>PP</b>				
- Intercepción	0.2987 (-2.9390) [0.9753]	-0.8749 (-2.9390) [0.7856]	-3.6816 (-2.9411) [0.0084]	-6.8851 (-2.9411) [0.0000]
- Intercepción y tendencia	-1.8135 (-3.5298) [0.6789]	-2.6284 (-3.5298) [0.2706]	-4.0514 (-3.5331) [0.0151]	-0.0708 (-3.5331) [0.0000]
<b>KPSS</b>				
- Intercepción	0.5733 (0.4630)	0.5995 (0.4630)	0.4397 (0.4630)	0.1525 (0.4630)
- Intercepción y tendencia	0.1908 (0.1460)	0.0967 (0.1460)	0.0814 (0.1460)	0.0869 (0.1460)

Los números en paréntesis son los valores críticos al 5% de significancia y los que están en corchetes son los *p-value*.

Fuente: Elaboración propia.

### 6.3. PRUEBAS DE COINTEGRACIÓN DE JOHANSEN

De los resultados de las pruebas de raíces unitarias se concluyó que las variables en log-niveles son estacionarias e integradas del mismo orden, por ello se procede a realizar las pruebas de cointegración de Johansen, para hacerlas es necesario establecer un número óptimo de rezagos que se seleccionan de acuerdo con los criterios de información de Akaike (CIA), Schwarz (CIS) y Hannan-Quinn (CIHQ). En el (Cuadro 6.2) se puede mirar que con base en el CIA el número de rezagos óptimo es tres y en los CIS y CIHQ, ese número en ambos criterios es uno. Cabe mencionar que como son dos variables solo existe la posibilidad de una relación de cointegración, independientemente del número de rezagos.

Cuadro 6.2. Criterios de información

Rezagos	CIA	CIS	CIHQ
0	14.3295	14.3184	14.3602
1	14.0405	14.3072	14.1326
2	14.0552	14.4996	14.2086
3	14.0053	14.6274	14.2206

Fuente: Elaboración propia.

Usando uno y tres rezagos se realizan las pruebas de la traza y de máximo valor propio debidas a Johansen, ambas pruebas son secuenciales y se efectúan considerando que el número de relaciones de cointegración es  $r$  iniciando bajo la hipótesis nula con  $r = 0$  y finalizando con  $r = n - 1$ , donde  $n$  es el número de variables en el modelo, en el análisis que aquí se hace  $n = 2$ . Los resultados presentados en los Cuadros 6.3 y 6.4, establecen que  $\ln(PIBP)$  y  $\ln(PDEx)$  están cointegradas, por lo que hay una relación de largo plazo entre ellas, es decir, una combinación lineal de esas variables que es estacionaria; en esos Cuadros  $\lambda_{Traza}$  es el estadístico de la prueba de la traza y  $\lambda_{Max}$  es el del máximo valor propio.

Cuadro 6.3. Pruebas de Johansen con un rezago

$H_0$	$H_1$	$\lambda_{Traza}$	$H_0$	$H_1$	$\lambda_{Max}$
$r = 0$	$r = 2$	32.2859 (25.8721) [0.0069]	$r = 0$	$r = 1$	22.9084 (19.3870) [0.0147]*
$r \leq 1$	$r = 2$	9.3775 (12.5179) [0.1584]	$r \leq 1$	$r = 2$	9.3775 (12.5180) [0.1584]

Los números entre paréntesis son los valores críticos al 5% de significancia, los que están en corchetes son los  $p$ -values.

Fuente: Elaboración propia.



Cuadro 6.4. Pruebas de Johansen con tres rezagos

$H_0$	$H_1$	$\lambda_{Traza}$	$H_0$	$H_1$	$\lambda_{Max}$
$r = 0$	$r = 2$	31.9890 (25.8721) [0.0076]	$r = 0$	$r = 1$	25.1874 (19.3870) [0.0064]*
$r \leq 1$	$r = 2$	6.7915 (12.5179) [0.3668]	$r \leq 1$	$r = 2$	19.3870 (12.5180) [0.3668]

Los números entre paréntesis son los valores críticos al 5% de significancia, los que están en corchetes son los *p-values*.

Fuente: Elaboración propia.

#### 6.4. MODELO DE CORRECCIÓN DE ERROR.

De acuerdo con los resultados de las Secciones anteriores es posible plantear un modelo de corrección de error, modelo que incorpora relaciones de corto y largo plazo, esta última se garantiza porque las variables  $\ln(PIBP)$  y  $\ln(PDEx)$  son integradas de orden uno y cointegradas, de manera que se tiene una combinación lineal estacionaria de variables no estacionarias. El modelo poblacional de corrección de error es como sigue

$$D\ln(PIBP)_t = \beta_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{2j} D\ln(PIBP)_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{3j} D\ln(PDEx)_{t-j} + \alpha [\ln(PIBP)_{t-1} - \alpha_1 - \alpha_2 \tau - \ln(PDEx)_{t-1}] + e_t,$$

en donde  $\beta_1$  es el intercepto, las  $\beta_{kj}$ 's,  $k = 2, 3$ , y  $j = 1, \dots, p$ , son los parámetros de corto,  $p$  es el número óptimo de rezagos,  $\alpha$  es la velocidad del ajuste, las  $\alpha_k$ 's son los parámetros de largo plazo,  $\tau$  es una tendencia lineal,  $e_t$  es un ruido blanco gaussiano, es decir, un error estocástico que se distribuye normal con media cero, homoscedástico y no autocorrelacionado y por último, el término entre corchetes es el de corrección del error y debe su nombre a que corrige los desequilibrios de corto plazo que existen entre las variables.

Se estimaron los modelos con uno y tres rezagos; sin embargo, se eligió el modelo con tres rezagos, porque de acuerdo con los criterios de información es

mejor que el de uno (Cuadro 6.5), y también económica y econométricamente conduce a mejores resultados. La relación de corto plazo del modelo estimado se presenta en el Cuadro 6.6 en ella los estimadores que acompañan a las variables rezagadas un periodo son estadísticamente significativos al nivel de significancia del 5% al igual que la velocidad del ajuste, lo cual significa que el corto plazo es muy importante en la determinación del crecimiento económico de Perú.

Cuadro 6.5. Selección del modelo

Rezagos	CIA	CIS	CIHQ
1	-2.9842	-2.8119	-2.9229
3	-3.4309	-3.0790	-3.3081

Fuente: Elaboración propia

Cuadro 6.6. Estimadores de largo plazo

	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\alpha}$
	0.0186 (0.0072)	-0.0508 (0.0163)
$j$	$\hat{\beta}_{2j}$	$\hat{\beta}_{3j}$
1	0.3756 (0.1509)	-0.1302 (0.0515)
2	-0.2162 (0.1632)	-0.0227 (0.0505)
3	-0.0354 (0.1434)	-0.0143 (0.0506)

Los números entre paréntesis son los errores estándar 5%.

Fuente: Elaboración propia.

Es importante señalar que la desviación del equilibrio del largo plazo es corregida en el periodo actual a una velocidad del 5.1%, es decir, la desviación del crecimiento económico per-cápita en el Perú respecto al nivel de equilibrio de largo plazo se corrige anualmente en esa proporción. Por su parte, la relación de cointegración estimada es

$$\ln(\widehat{PIBP})_{t-1} = 20.9037 - 0.0537\tau_t - 2.9161\ln(PDEX)_{t-1},$$

(0.01943)      (0.5400)

donde los números entre paréntesis son los errores estándar, el estimador que acompaña a  $\ln(PDEx)$  es una elasticidad, los signos son los apropiados y los parámetros estimados son significativos de esta forma por cada punto porcentual que aumente la proporción de deuda respecto a  $PIB$ , el  $PIB$  per-cápita disminuirá en 2.92%.

Finalmente, la prueba de causalidad da evidencia a favor de que  $D\ln(PDEx)$  causa en el sentido de Granger a  $D\ln(PIBP)$  al 10% de nivel de significancia y no al revés, y la evaluación econométrica, consistente en averiguar mediante pruebas estadísticas de diagnóstico si la información empírica que se ha utilizado en la estimación proporciona evidencia a favor de los supuestos del modelo, conduce a que los residuos son normales, homoscedásticos y no autocorrelacionados y además, el modelo está especificado correctamente (Cuadro 6.7).

Cuadro 6.7. Pruebas de diagnóstico

$H_0$	Estadístico	$p$ -value
Normalidad		
- Jarque y Bera	1.6481	0.4387
Homoscedasticidad		
- White sin términos cruzados	1.3344	0.2715
- Breusch, Pagan y Godfrey	1.4556	0.2235
No Autocorrelación		
- Breusch y Godfrey	0.1223	0.7293
Especificación correcta		
- RESET	1.8010	0.1908

El análisis de series de tiempo condujo a la especificación de un modelo de corrección de error en el que las variables de los primeros rezagos en la relación de corto plazo y las incluidas en la de largo, son estadísticamente significativas. En la relación de cointegración entre  $\ln(PIBP)$  y  $\ln(PDEx)$  se tiene que hay un impacto negativo de esta última variable en la primera, de manera que por cada 1% que aumente  $PDEx$ , el  $PIBP$  disminuirá en alrededor del 3%; por su parte, en la relación de corto los tres rezagos del crecimiento de la proporción de la deuda respecto a  $PIB$ , incluidos en su especificación, tienen una relación negativa con el

correspondiente al crecimiento per-cápita de Perú. Y finalmente es importante indicar que el desequilibrio existente es corregido en el año a una velocidad del 5.1%.

## 7. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo de crecimiento económico con dos sectores, un sector primario-exportador y un sector manufacturero-importador. Esta economía reflejaría una economía con un sector primario exportador, como muchas economías Latinoamericanas. El modelo presentado tiene una característica clave, un progreso técnico con un componente exógeno y otro endógeno. El componente endógeno depende del riesgo país.

Se ha mostrado, en el estado estacionario, que cuando la tasa de interés internacional disminuye y la proporción deuda pública externa a *PIB* se mantiene constante. En el estado estacionario, se muestra una relación negativa entre deuda pública externa a *PIB* y la tasa de crecimiento. Del mismo modo, cuando la tasa de interés internacional disminuye y la proporción deuda pública externa a *PIB* aumenta, el resultado es una relación negativa entre la deuda pública externa a *PIB* y la tasa de crecimiento. Así, La relación de largo plazo entre deuda pública externa y crecimiento económico dependerá de los shocks recibidos en la economía (positivos o negativos) y el manejo que realice el gobierno de la deuda pública externa.

A través del análisis de series de tiempo, se demostró que la proporción de deuda pública externa a *PIB* y el *PIB* per-cápita están cointegrados. Además, se especificó un modelo de corrección de error, en el cual se expone que tanto las relaciones de corto plazo como las de largo plazo son estadísticamente significativas. En ambos casos, se encuentra un impacto negativo de la proporción de deuda pública externa a *PIB* sobre el crecimiento del *PIB* para Perú.

El mercado mundial de materias primas es volátil. Así, las economías exportadoras de materias primas tendrán ingresos volátiles. Para mitigar esto sería conveniente que estas economías establecieran fondos de estabilización para

aminorar la volatilidad de los cambios en la tasa de interés internacional y de otras variables, como los términos de intercambio, y así, tener ingresos más estables (por ejemplo, Chile, tiene el Fondo de Estabilización Económica y Social, FEES) y mantener la proporción deuda pública externa a *PIB* a niveles aceptables. Por tanto, la maldición de los recursos naturales no es una fatalidad, todo dependerá del buen manejo de los ingresos provenientes de la exportación de materias primas.

## **BIBLIOGRAFIA**

- Agénor, P. R. (2000). *The Economics of Adjustment and Growth*, Academic Press.
- Arrow, K. J. (1962). "The Economic Implication of Learning by Doing", *Review of Economic Studies*, 29, 155-173.
- Barro, R. J., N. G. Mankiw y X. Sala-i-Martin (1995). "Capital Mobility in Neoclassical Models of Growth", *American Economic Review*, 85, 103-115.
- Calderón, C. y J. R. Fuentes (2013). *Government Debt and Economic Growth*, Inter-American Development Bank.
- Cavalcanti, T. de T., K. Mohaddes y M. Raissi (2015). "Commodity Price Volatility and the Sources of Growth", *Journal of Applied Econometrics*, 30(6), 857-873.
- Checherita-Westphal, C. and P. Rother (2012), "The Impact of High Government Debt on Economic Growth and its Channels: An Empirical Investigation for the Euro Area", *European Economic Review*. Vol. 56, 7, 1392–1405.
- De Gregorio, J. (2014) *From Macroeconomic Policy to Long-Term Growth*, en *How Latin America Weathered the Global Financial Crisis*, Peterson Institute for International Economics.
- Dickey, D. and W. Fuller (1979), "Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root", *Journal of American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Engle, R. F. and C. W. J. Granger, (1987), "Co-integration and error correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica* 55, 251-276.

- Granger, C. W. J. (1969): "Investigating causal relations by econometric models and cross spectral methods", *Econometrica*. 37,424-438.
- Grimes, A. (2006). "A Smooth Ride: Terms of Trade, Volatility and GDP Growth". *Journal of Asian Economics*, Volume 17, 4, 583-600.
- Gruss, B. (2014). After the Boom-Commodity prices and economic growth in Latin America and the Caribbean, IMF working Papers, WP/14/154.
- Johansen, S. (1991). "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models", *Econometrica* 59, 1551-1580.
- Kumar, M. S. and J. Woo (2015), Public Debt and Growth, *Economica*.
- Mas-Colell, A. y A. Razin (1973). "A Model of Intersectoral Migration and Growth", *Oxford Economic Papers*, 25, 72-79.
- Pattillo, C. H. Poirson and L. Ricci (2002), "External Debt and Growth", IMF Working Papers 69, International Monetary Fund.
- Pattillo, C. H. Poirson and L. Ricci (2011), "External Debt and Growth", *Review of Economics and Institutions*, Vol. 2, 1-30.
- Qureshi I. y Z. Liaqat (2020). The long-term consequences of external debt: Revisiting the evidence and inspecting the mechanism using panel VARs, *Journal of Macroeconomics* 63, artículo 103184.
- Reinhart, C. M. and K. S. Rogoff (2010), "Growth in a Time of Debt", *American Economic Review*, Vol. 100 (2), 573-578.
- Roldos, J.E. (1991). "Tariffs, Investment and the Current Account", *International Economic Review*, 32(1), 175-194.
- Stuermer, M. y G. Schwerhoff (2017). "Non-Renewable Resources, Extraction Technology, and Endogenous Growth", en [www.aeaweb.org/conference/2018](http://www.aeaweb.org/conference/2018).
- Villanueva, D. (1994). "Openness, Human Development, and Fiscal Policies: Effects on Economic Growth and Speed of Adjustment", *Staff Papers*, International Monetary Fund, 41(1), 1-29.
- Villanueva, D. P. y R. S. Mariano (2007). "External Debt, Adjustment, and Growth", en T. Ito y A. K. Rose (editores), *Fiscal Policy and Management in East Asia*, University of Chicago Press.