Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
División de Ciencias Sociales y Humanidades
Departamento de Economía

REPORTE DE INVESTIGACIÓN

Caos en el Bienestar de los Habitantes de la Ciudad de México 1990-2030.

AUTORES:
Óscar Rogelio Caloca Osorio
Cristian Eduardo Leriche Guzmán
Víctor Manuel Sosa Godínez

Proyecto de investigación # 606. Aprobado en la sesión 105 del 2 de agosto de 1995. Proyecto actualmente vigente. Proyecto independiente:
“Métodos y enfoques de la economía. Algunos estudios teóricos.”
Línea de conocimiento: Teoría económica. Grado de avance: 85%.

México, Azcapotzalco, 13 de diciembre de 2021.

FORMATO PARA EL REPORTE DE INVESTIGACIÓN

1**. Nombre de los investigadores**: Caloca Osorio, Óscar Rogelio; Leriche Guzmán, Cristian Eduardo; Sosa Godínez, Víctor Manuel.

2. Número del proyecto registrado ante Consejo Divisional: # 606: Métodos y enfoques de la economía. Algunos estudios teóricos.

3. Línea de generación y/o aplicación de conocimiento: Teoría económica.

4. Proyecto de investigación independiente.

5. Título del reporte: Opúsculo sobre la creencia colectiva en la existencia de Dios para la determinación potencial del consumo religioso.

6. Resumen: La presente investigación trata sobre la interacción entre dos cuestiones: la teoría del caos determinista y la problemática urbana de la generación de bienestar social. Tal circunstancia ya ha sido expuesta con anterioridad, la diferencia radical es que este reporte de investigación tiene el objetivo de exponer la teoría del caos con un mínimo de matemáticas para posteriormente servir de base de la estructuración de un libro de divulgación científica sobre la teoría del caos y algunas aplicaciones a las ciencias sociales. En este caso se expone una extensión a la regionalización del bienestar caótico entre los habitantes del anterior Distrito Federal hoy Ciudad de México. Cuyo fin es identificar estas regiones y sus niveles de bienestar caótico o no, para ofrecer un insumo, en la búsqueda de una mayor eficiencia en la planeación económico social de la ciudad**.**

7. **Presentación**

El presente reporte de investigación forma parte del proyecto “Métodos y enfoques de la economía. Algunos estudios teóricos” (#606 del Catálogo de proyectos registrados en la DCSH). Cabe señalar que este proyecto tiene como propósito obtener diversos resultados finales de los estudios teóricos que realizan en ese contexto, algunos de carácter exploratorio son considerados preliminares por los autores; por ello, a su finalización en su calidad de reporte de investigación tiene el 85% de avance. Esto implica, por supuesto, el que sea a su vez insumo referente para otros estudios. El objetivo, método y desarrollo del reporte están explícitos en la introducción correspondiente.

Dr. Sergio Cámara Izquierdo

Jefe del Departamento de Economía

8. Reflexiones finales: Son diversas las reflexiones finales, la 1ª de ellas tiene que ver con la cuestión de la estabilidad e inestabilidad de los sistemas urbanos de bienestar. En este caso, el sistema evaluado, respecto de las condiciones peores de bienestar de las alcaldías de la CDMX, presenta un esquema de estabilidad. Dicha condición de estabilidad implica que como sistema la CDMX se presenta como un atractor simple de punto fijo, lo que implica que en la vecindad cualquier punto X tendera a equipararse con el punto de equilibrio pasando de un nivel a otro y que en términos de bienestar implica que este va en aumento para el sistema CDMX como conjunto.

Ahora bien, al interior de la CDMX, dado por las regiones o subsistemas las explicaciones son diferentes, se tiene que de las cuatro regiones predeterminadas, la región 1 y 2 son estables puesto que allí el nivel de bienestar precario va en disminución, por el contrario en las regiones 3 y 4 el bienestar precario es tan mayor que estas son inestables o caóticas: sobre todo en la región 4 que comprende entre sus alcaldías a la alcaldía Milpa Alta donde la precariedad es la más elevada de la CDMX, ello por cuestiones como contar con un gran número de asentamientos irregulares en condiciones de alta precariedad.

La 2ª reflexión tiene que ver con que un sistema estable puede contener subsistemas inestables. Esto se explica porque los impactos de caosticidad de los subsistemas o regiones 3 y 4 son menores que los impactos de estabilidad no caótica de las regiones 1 y 2. Es decir, las alcaldías de las regiones 1 y 2 presentan una importante merma en su precariedad que es mayor que cualquier impacto de precariedad mayor que presentan las alcaldías de las regiones 3 y 4.

Lo anterior conduce a que, aunque al interior de la CDMX existe inestabilidad, dada por las regiones y sus alcaldías caóticas, presenta una tendencia a la disminución sustancial de la precariedad en un futuro: si bien esto no ocurrirá para el 2030. Condición en que la precariedad está presente.

La 3ª reflexión versa sobre cómo ese planteamiento de la determinación de la caosticidad redunda en un esquema positivo para la enunciación de pautas normativas que orientan un tipo de política pública que puede aplicarse en una región antes que en otras para mejorar las condiciones del sistema o CDMX y que está en su interior reduzca sus grados de inestabilidad caótica.

9. Referencias bibliográficas.

Bolívar, A. y Caloca, O. (2011), “Distribución espacial de la pobreza Distrito Federal de México 1990-2040”, *Revista Polis* número 29, Chile, Universidad Bolivariana.

Cambel, A. (1999), *Applied Chaos Theory: a paradigm for complexity*, USA, Academic Press.

Gleick, J. (2012), *Caos: la creación de una ciencia*, Barcelona, Crítica.

Popper, K. [1934]. “Falsificacionismo contra convencionalismo”, Miller, D. (comp. 1997), *Popper escritos selectos*, México, Fondo de Cultura Económica.

------- [1965], “Indeterminismo y libertad humana”, Miller, D. (comp. 1997), *Popper escritos selectos*, México, Fondo de Cultura Económica.

------- (1968), *Conjeturas y refutaciones*, Barcelona, Paidós.

Romanelli, L. (2006), “Teoría del caos en los sistemas biológicos”, *Revista Argentina de Cardiología*, Argentina, número 6 volumen 74, pp. 478-482.

Sametband, M. (1999), *Entre el orden y el caos la complejidad*, México, Fondo de Cultura Económica.

Serón, M. (2000), *Sistemas no lineales*: *notas de clase*, Colombia, Universidad del Rosario, Mimeo.

Sibirsky, K. (1975), *Introduction to topological dynamics*, Leyden, Noordhoff.

Caos en el Bienestar de los Habitantes de la Ciudad de México 1990-2030.

Oscar Rogelio Caloca Osorio[1]

Cristian Eduardo Leriche Guzmán[2]

Víctor Manuel Sosa Godínez[2]

> El resultado era como si hubiese sacado al azar de un sombrero dos tiempos atmosféricos. Se le ocurrió de pronto que se había estropeado otro tubo de vacío. De repente comprendió la verdad. No había desperfecto. El quid estaba en los números que había pulsado. La memoria de ordenador almacenaba seis decimales: *0.506127*. En la impresión, para ahorrar espacio, aparecían únicamente tres: *0.506*. Lorenz había tomado la expresión más corta, redondeada, convencido de que la diferencia –una milésima parte- era de poca importancia. (Gleick, 2012: 32-33).

I. Introducción.

La metodología empleada en los sistemas no lineales de corte caótico, en realidad, no están construidos bajo un espectro de la noción griega de Caos. En esta concepción se hace patente que toda estructura caótica carece de todo orden. Por el contrario, en los sistemas caóticos modernos se considera la existencia de un caos determinista, es decir, que si bien no pudiesen en dado caso repetirse las mismas condiciones a través de un pequeño cambio en las condiciones iniciales sí pueden configurarse dinámicas regulares tendenciales como en el caso de los atractores. En este sentido, se opone a un determinismo totalizador donde las múltiples acciones ejecutadas, necesariamente, conducen a un fin establecido en el que los medios logran sus fines y donde todo está escrito.

En la teoría del caos no todo está escrito, únicamente hay parámetros de comportamiento referencial. Una argumentación al respecto dicta que nuestro condicionamiento racional probabilístico objetivo es suficiente para la determinación de que, con una probabilidad igual a uno, el fenómeno en estudio ocurrirá. En otras palabras, existe un proceso que conduce a la certeza sobre el devenir de los fenómenos en estudio.

[1] Profesor-Investigador del Departamento de Sociología de la UAM-Azcapotzalco. E-mail: oscarcalo8@yahoo.com.mx

[2] Profesores-Investigadores del Departamento de Economía de la UAM-Azcapotzalco. E-mail: cristianleriche1@yahoo.com.mx y sosgovic2003@yahoo.com.mx.

Lo anterior, es cuestionable cada vez que consideramos que todo proceso en la vida mantiene una estrecha relación con la plausibilidad de no ser predicho o retrodicho en estos términos. Ello, no excluye la necesidad de utopía, que genera las condicionantes necesarias para que los individuos actúen en su entorno con una convicción o una confianza radical sobre los resultados que pudiesen esperar.

Tomar en cuenta una posible enunciación de la teoría del caos, bajo el auspicio de las necesidades de utopía, conlleva a la reconfiguración de sus bases, puesto que el determinismo teleológico es sólo una alternativa dentro de una extensa gama de posibilidades cada vez que modificamos las condiciones iniciales del sistema social. Lo cual, sin lugar a dudas, refleja la plausibilidad de muchas opciones de sociedad futura.

Se busca como objetivo principal mostrar la pertinencia del estudio de los fenómenos urbanos, a través de la distribución territorial del bienestar económico, por medio de la teoría de las dinámicas no lineales caótico-deterministas.

Para ello, la investigación se subdivide en las siguientes secciones: En la primera, se enfoca en los sistemas deterministas e indeterministas; como sustento de sistemas relativos: relojes y nubes en el sentido popperiano (Popper, 1965). La segunda sección trata sobre algunas cualidades de los sistemas dinámicos no lineales desde aquellos que son estables o asintóticamente estables hasta los que conforman comportamientos caóticos con base en las investigaciones de Lyapunov, mostrándose los principales tipos de atractores. En la tercera se expone la aplicación a la preconstrucción de regiones de bienestar en la Ciudad de México (CDMX). Para finalmente establecer un marco general de investigación de la saturación de bienestar de los espacios territoriales en las ciudades.

II. Sobre Determinismo e Indeterminismo.

La vida social considerada por el conjunto de acciones humanas individuales, desde la acción hasta la inacción, afectan las condiciones espacio-temporales de desarrollo de las ciudades. Ello, puede ser visto también como los movimientos de desenvolvimiento social dado a través de comportamientos expresados por Popper (1965), como relojes perfectos o como nubes. Lo cierto es que desde Newton hasta

Laplace se consideraba que los movimientos de la naturaleza, como las acciones humanas, si se conociesen todas y cada una de ellas desde sus estados pasados a presentes y sus características propias de movimiento e interacción entonces sería probable predecir certeramente la conducta de los individuos en el tiempo: un determinismo puro.

Empero, es bien sabido que conocer todas las cosas e individuos [incluidos sus pensamientos no expresados] y la interrelación de estos es imposible para un ser humano. Lo cual conlleva a la impracticabilidad de la predicción totalmente certera, lo que tenemos son sólo interpretaciones y aproximaciones a través de la formulación de modelos.

Las sociedades como los individuos tienden principalmente a comportarse como nubes antes que como relojes perfectos. Por ende, señalamos la factibilidad de establecer algunas cuestiones referentes a la probabilidad de que al menos las acciones colectivas para una sociedad en su conjunto sean asintóticamente determinables. Es decir, tanto el determinismo como el indeterminismo son considerados en la conformación metodológica de los sistemas caóticos deterministas.

Con lo anterior es posible construir marcos de referencia de futuros plausibles, debido al conjunto de conductas pasadas y presentes. Lo que permite es establecer, variando las condiciones iniciales ligeramente, un espectro de tendencias conductuales para la problematización de cuestiones urbanas.

Lo que posibilita la construcción de un modelo, sobre un fenómeno social con tendencias evolutivas indeterminadas, pero con un patrón lo suficientemente sólido que permite hablar de una certeza asintótica. Donde el modelo de referencia se modifica sustancialmente en tiempo y dimensiones, y que ante pequeñas modificaciones de los valores de las variables se modifique sustancialmente: un modelo sensible a las condiciones iniciales.

Esto nos indica que los resultados tendencialmente obtenibles tengan la condición de falsación (Popper, 1934). Es decir, que dadas las condiciones actuales tanto de uso estadístico como de aparatos de recolección, medición y manejo de datos nos lleven a que aceptemos, como válido, el esquema de predicción propuesto, sin que ello implique que se rechace la variabilidad de las condiciones iniciales que conducen a movimientos imprevistos de transformación social y a rechazo de hipótesis factibles.

Por ende, consideramos como apropiado que el indeterminismo devenga en un determinismo aproximado y en función de variables ocultas. Que en nuestro caso hemos identificado con la entropía. En otras palabras, que el grado de nuestra ignorancia sea tal que no sea posible conocer todos los parámetros que están en juego para la determinación tanto de las proyecciones como de las retroyecciones.

Esto nos indica que existen variables a considerar en el futuro y que nuestro nivel de conocimiento de los fenómenos sociales es limitado -como lo es el conocimiento de todas las cosas para todos y cada uno de los individuos que habitan en el planeta.

II.1 Determinismo.

El determinismo puede ser relacionado con dos alternativas, ya sea determinismo físico o determinismo metafísico. En el primer caso decimos que un sistema físico es determinista si su estado en un momento dado determina unívocamente su estado en cualquier otro momento de su existencia. Si la evolución del sistema esta regida por ecuaciones diferenciales, las propiedades matemáticas típicas de estas son: existencia y unicidad de las soluciones, aseguran el determinismo del sistema (Sametband, 1999). La representación de un proceso natural mediante un modelo determinista permite predecir su desarrollo y brinda una comprensión satisfactoria de la necesidad de este.

Por otra parte, el determinismo metafísico puede caracterizarse simplemente como la extrapolación de aquel a todo acontecer. Esta extrapolación tendría sentido si poseyésemos un modelo matemático adecuado del devenir universal en todos sus detalles, aunque no fuéramos capaces de registrar todas las cantidades que fijan cada uno de sus estados, ni de resolver las ecuaciones con arreglo a las cuales estos se suceden. Sin embargo, no contamos con tal modelo, y si alguien lo propusiera, no sería fácil corroborarlo (Sametband, 1999). Esto conduce a que el determinismo metafísico no deje de ser un sueño de la razón, cuya falta de base y aun de contenido queda en evidencia al compararlo con los determinismos físicos.

II. 2 Indeterminismo.

El considerar la postura que enuncia que todo está determinado siendo el único problema establecer su causa, corresponde con un mecanismo que no deja pie a la incertidumbre de la vida social y por ende, al indeterminismo de las conductas probabilísticas que ejecutan los individuos en su transitar por el mundo. Esto necesariamente implica que los individuos pudiesen conocer con exactitud su entorno y las relaciones entre los mismos. Lo cual, empíricamente se demuestra como difícil de cumplir, puesto que, en otras palabras, significa que los individuos se conocen y conocen el universo circundante, y que, con ello, pueden extrapolar esta práctica fuera de nuestro vecindario cósmico.

Lo anterior, en diversos sentidos se le considera como factible pues permite predecir con cierto grado de certeza qué puede acontecer; sin embargo, este tipo de predicción puede aún ser no certera debido a cuestiones que tienen que ver con una dinámica de variables ocultas o la existencia de variables que se consideran no relevantes pero que en realidad si son relevantes o el simple hecho de contar con información inadecuada que se llegó a considerar libre de distorsiones.

Por lo que considerar que los fenómenos sociales se comportan como una especie de máquina que puede ser predicha no sólo lleva a posturas radicales dentro de la formación científica que conducen inmediatamente a posiciones dogmáticas. No se hace una crítica de los propios fundamentos, sino que se cree inapropiadamente en algo.

Este dogmatismo determinista conduce a creer ciegamente en la ciencia, lo cual es una creencia radical metafísica o en otras palabras la transmutación de la ciencia en una religión. Por ende, esta manera de ver y buscar explicar los fenómenos sociales, es de origen dudoso. Puesto que en un sin fin de fenómenos sociales aún se está lejos de conseguir una explicación certera de qué es lo que les determina o en su caso qué les lleva a que ante someras modificaciones en sus condiciones iniciales se obtengan resultados tan diversos.

Ello, por supuesto que demerita la posible existencia de condiciones aleatorias entre fenómenos que puede llevar a explicaciones alternativas sobre la vida social o colectiva. Esto, como ya se menciona más arriba, tiene sus orígenes en la teoría de Newton y su interpretación a favor de un mundo determinista. Asimismo, se sujeta a las propuestas racionalistas de corte mecanicista, que lo único que estipulan es un comportamiento causa-efecto del individuo; como es el caso de las propuestas elaboradas por Descartes o los argumentos de La Mettrie de que el hombre es una máquina[3].

En este tipo de inferencias no existe espacio para las alternativas probabilísticas, empero, uno de los principales disidentes del determinismo fue Charles Sanders Peirce, quien

> demostró que esta teoría, por muy verídica que fuera, no nos proporciona una razón válida para creer que las nubes son relojes perfectos (…) rechazó la creencia en que este reloj, o cualquier otro, fuera *perfecto*, o que siquiera se acercara un poco a esa absoluta perfección que el determinismo físico le atribuía." (Popper 1965 en Miller, 1997: 266).

En este caso el individuo, visto como un hecho social, mantiene conductas que no son completamente deterministas, puesto que la ejecución de la mayor parte de sus acciones contiene un margen importante de incertidumbre y por ende, de factibilidad de error. Si el error está presente entonces las colectividades no pueden actuar de manera determinista, para ello sólo es necesario reconocer que el ser humano no es perfecto, pero si perfectible, es decir, que yerra aunque con el paso del tiempo pudiese, tal vez, aprender y minimizar su margen de error.

El indeterminismo social, es sólo una explicación de la evolución de las interacciones entre los individuos de una colectividad. Esto implica que cada acontecimiento social observable y, presumiblemente, medible tiene una causa social observable y probablemente mesurable, que es compatible con el indeterminismo en el sentido de que ninguna métrica puede ser infinitamente precisa. Claro es que tampoco la indeterminación ocurre en un azar perfecto, existe

[3]Para el caso véase Popper (1965): 276.

información en el mundo de la cual las personas hacen uso con finalidades cotidianas o especiales, a través de los memes o unidades básicas de información cultural. Debido a que bien “sabemos que nuestras nubes no son efecto del azar perfecto” (Popper en Miller, 1997: 280).

Lo cual revela que tampoco el indeterminismo puro ofrece algo, puesto que se requiere establecer nociones que contengan un cierto grado de probabilidad de ocurrir; tanto para nuestras predicciones como para las retrodicciones. Esto constituye el requerimiento de un soporte determinista incompleto o con cierto grado de indeterminismo; para las proyecciones que se ejecutan con la finalidad de identificar el conocimiento incompleto de los fenómenos sociales En consecuencia el panorama es: existe incertidumbre y una fragilidad a las condiciones iniciales en esquemas dinámicos no lineales caótico-deterministas.

III. Atractores, estabilidad y estabilidad asintótica.

III.1 Atractores.

Ahora bien, dentro de los sistemas dinámicos no lineales están los caóticos o no. Lo cual implica determinar el grado de caosticidad de un sistema, condición que provee de los elementos necesarios para identificar cuando se está hablando de caos y cuando no. Ello, puede ser determinado con base en el exponente de Lyapunov. Para dar una referencia breve al respecto se considera en un primer momento exponer la tipología general de los atractores.

La noción de atractor (Serón, 2000) implica que los objetos identificados se agrupen en un espacio determinado con un cierto grado de dispersión. Así, dado un subconjunto de los números reales[4] para un gran número de dimensiones, se tiene que existe una función o tipo específico de relación que nos conduce de ese subconjunto a los números reales, es decir, se asigna un valor a cada objeto del subconjunto de números reales únicamente en tres dimensiones o su ubicación en el plano tridimensional de los objetos existentes de nuestro mundo: esto significa que podemos transformar cualquier espacio para un gran número de dimensiones

[4] Los números reales corresponden con un conjunto de números que sobre una recta van del infinito positivo al infinito negativo tomando en cuenta sus infinitas subdivisiones en enteros, racionales e irracionales.

a sólo nuestras tres dimensiones espaciales del mundo de la vida cotidiana, por lo tanto, un atractor de cualquier número de dimensiones lo podemos transformar en nuestras tres dimensiones espaciales del cosmos.

Asimismo, dado un subconjunto del subconjunto de dimensiones espaciales "n" [o de muchas dimensiones, por ejemplo: la población del planeta es "n" muchas personas, pero no infinitas, las podemos contar]. Entonces este segundo subconjunto corresponde con un atractor respecto de la función[5] que nos conduce de las tres dimensiones de nuestro espacio tridimensional del cosmos sujeto a las siguientes condiciones:

1) este subconjunto es cerrado e invariante[6] respecto del primer subconjunto señalado.

2) existe una vecindad o cercanía al subconjunto cerrado e invariante tal que cada vez que un objeto abstracto o físico está en la vecindad entonces existe una función determinada k que conduce o lleva a ese objeto al primer subconjunto tridimensional o sea a nuestro espacio en el planeta o el cosmos.

Lo anterior, nos indica la delimitación del atractor a un espacio determinado tridimensional como el de la vida cotidiana de las personas. Los atractores, como su nombre lo indica, son una representación de las condiciones tendenciales y de variación, sin salir de un rango de evolución y que se gesta como resultado del patrón que tienen los parámetros de ecuaciones dadas que permiten su existencia. Es decir, un atractor determinista no lleva acabo evoluciones o iteraciones fuera de un espacio tridimensional determinado.

Estos atractores pueden ser no caóticos o caóticos, estos últimos también son conocidos como atractores extraños. Dentro de los atractores no caóticos se encuentran aquellos cuya tendencia coincide con un punto fijo o una zona fija de

---

[5] Una función es un tipo de relación entre dos o más conjuntos de elementos que permite convertir el dominio de una variable en el codominio de otra, y que en nuestro caso es la curva no cerrada o abierta en sí misma [no incluye elipses y circunferencias, ni parábolas e hipérbolas así como cualquier otro tipo de curva que asignen a un valor del dominio dos o más valores del codominio] que permite transformar del dominio de los números reales en "n" dimensiones en un codominio de los números reales en tres dimensiones espaciales o territoriales.

[6] El que sea cerrado implica que cualquier operación que se lleve en él encontrara resultado en él mismo, por ende, tiene límites. La invarianza significa que las iteraciones de cualquier punto en A están también en A.

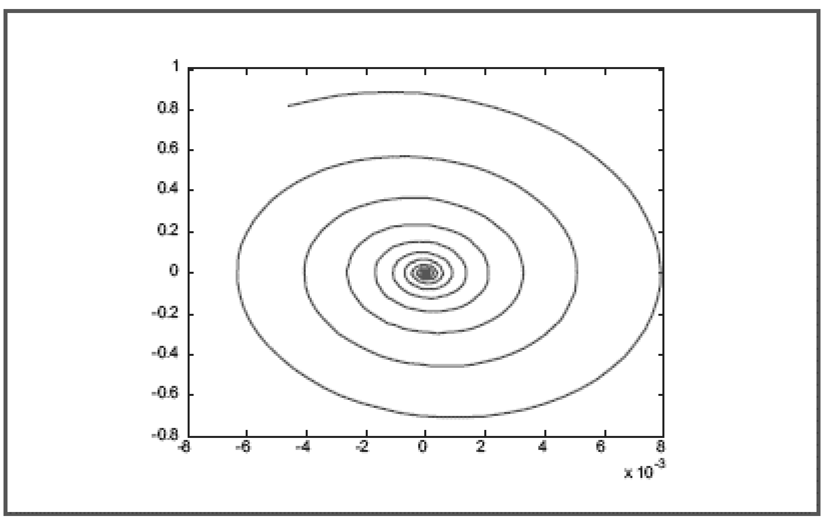
atracción sin variación en su esquema tendencial o de evolución estadística. La cual, se determina con un alto grado de probabilidad. Esto implica que este tipo de atractores, debido a su estructura, puedan ser predecibles sus trayectorias con un alto grado de certeza. A estos también se les identifica como atractores simples.

En este sentido, los atractores simples (véanse esquema 1 y 2) son una forma particular de determinación de los comportamientos dinámicos de las estructuras espacio-temporales, que bajo ciertas características los de punto fijo pudiesen corresponder con factores relacionados con algunas pautas de comportamiento en, por ejemplo, ciertas ciudades, pero no en otras, como los nodos de desarrollo urbano.

Así, queda establecido que el tipo de atractor simple puede dividirse en dos:

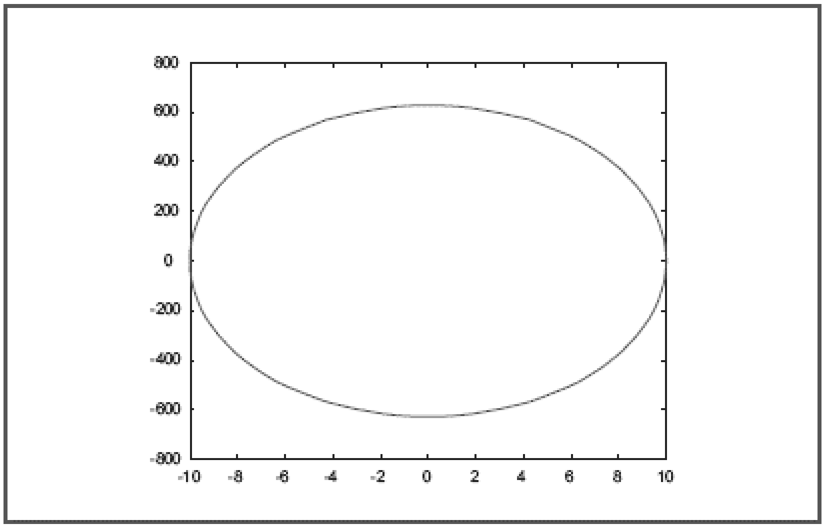
> *el punto atractor*, que corresponde a un estado estacionario del sistema, nada ocurre al transcurrir el tiempo; 2) el atractor *de ciclo límite*, que indica un comportamiento periódico, lo que implica, además, que, si bien el sistema es disipativo y, por lo tanto, va perdiendo su energía, ésta se va reponiendo por la entrega de energía de alguna fuente exterior. (Sametband, 1999: 60).

Esquema 1: Atractor de punto fijo



Fuente: (Romanelli, 2006: figura 1)

Esquema 2: Atractor de ciclo límite.

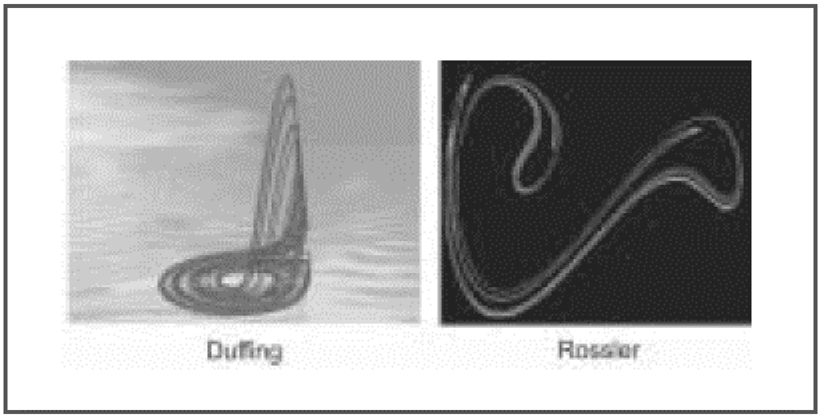


Fuente: (Romanelli, 2006: figura 2)

En estos casos, los atractores simples, pueden ser construidos a través de sistemas de ecuaciones con un grado de complejidad relativamente bajo. Sin embargo, muchas de las veces los fenómenos sociales vinculados al territorio o las incidencias del individuo en el espacio no corresponden con estas condiciones. Una gran parte de los fenómenos sociales operan bajo patrones de mayor grado de complejidad, lo cual, implica que su dinámica requiere de sistemas que tiene que ver más con los atractores de tipo extraño o propiamente caóticos (véanse esquemas 3 y 4).

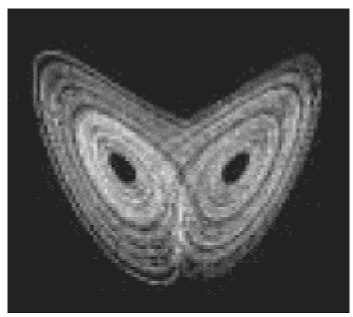
Los atractores extraños, corresponden con los sistemas que tienden a ser altamente irregulares, cabe destacar que el nombre de "atractor extraño le fue dado por D. Ruelle y F. Tankes" (Cambel, 1999: 70). Dentro de los atractores extraños o atractores caóticos representativos de este tipo de soluciones matemáticas se tiene el clásico atractor de Lorenz (véase esquema 4).

Esquema 3: Atractor extraño de los tipos Duffing y Rössler



Fuente: (Romanelli, 2006: figura 4)

Esquema 4: Atractor extraño del tipo Lorenz



Fuente: (Romanelli, 2006: figura 6)

Estos atractores contemplan la no existencia de un periodo preciso de transcurso de las trayectorias. Y pueden utilizarse para el modelado de problemáticas en las ciudades. Como en nuestro caso el bienestar territorial en la CDMX. Ahora bien, veamos las nociones de estabilidad asintótica e inestabilidad como componentes del caos determinista.

III.2 Caos, estabilidad asintótica e inestabilidad.

En la teoría matemática del caos se considera la existencia de un determinismo asintótico, que no es del todo indeterminista ni del todo determinista, es decir, es posible establecer condiciones de medición dentro de los sistemas caóticos que nos guían en nuestro esquema a una certeza asintótica, es decir, que en el infinito se convertirán en un atractor simple ya sea de punto fijo o ciclo límite. Ahora el que el sistema se considere caótico o no depende de los resultados del análisis del exponente de Lyapunov.

III.2.1 El exponente de Lyapunov[7].

La teoría de la estabilidad es en extremo relevante cada vez que se trata de identificar sistemas que en principio son estables pero que con el paso del tiempo se vuelven inestables o caóticos, hasta sistemas que desde un inicio dan muestras de un comportamiento caótico. Ello implica la existencia de sistemas estables e inestables. En sistemas dinámicos existen distintos tipos de problemas de estabilidad. Sin embargo, sólo argumentaremos acerca de los problemas de estabilidad de punto-equilibrio.

La estabilidad de punto-equilibrio generalmente se caracteriza en el sentido de Lyapunov[8] a través de la enunciación siguiente: un punto de equilibrio se dice estable si todas las soluciones que se inicien en las cercanías espaciales tridimensionales del punto de equilibrio permanecen en las cercanías espaciales tridimensionales del punto de equilibrio; de otro modo el punto de equilibrio es inestable. Así, un punto de equilibrio se dice asintóticamente estable si todas las soluciones que se inicien en las cercanías del punto de equilibrio no sólo permanecen en las cercanías del punto de equilibrio, sino que además tienden hacia un punto de equilibrio a medida que el tiempo se aproxima al infinito. Cabe destacar que los teoremas de estabilidad de Lyapunov ofrecen condiciones suficientes para la estabilidad de puntos de equilibrio (PE).

Así, si consideramos la existencia de un sistema al que podemos llamar estacionario [un sistema físico estacionario es aquel que las características de sus variables permanecen constantes mientras transcurre el tiempo] de cierto tipo de naturaleza que esta en función de una estructura que determina a su vez un llamado mapa o área local que conduce a través de dicha función a “n” número real [pero contable y no infinito]. Asimismo, se considera la existencia de otro sistema estacionario variante del primero, que también tiene representación en un número

[7] Esta sección se basa en (Serón, 2000) y (Sibirsky, 1975).
[8] Aleksandr Lyapunov (1857-1918), matemático e ingeniero ruso que estableció las bases de la teoría que hoy lleva su nombre.

real no infinito, y que permite contar con una medida cuantitativa del sistema y que representa un punto de equilibrio [PE] del espacio-tridimensional [o del espacio de la vida cotidiana y que puede ser expresado a través de un territorio por el que transitan las personas de carne y hueso], del primer sistema estacionario.

Ahora, supongamos que existe un espacio-tridimensional “X”, que es un punto de equilibrio [PE] dentro de un estado estacionario del espacio-tridimensional como los del párrafo de arriba. Y qué por ende, se ubica en el plano cartesiano como un punto cero en el espacio-tridimensional, lo que implica que, pueda ser caracterizada y estudiada su estabilidad de “X”. Por conveniencia, vamos a asumir que “X” = 0 [esto no nos hace perder generalidad porque, asumimos que este punto es un punto de equilibrio]. Con ello, en mente proponemos una primera definición:

Definición 1. El PE “X” = 0 perteneciente al estado estacionario es estable, sí la distancia del punto de equilibrio X(0) a un punto X(t) sea menor a cero o negativo; esto es así porque la estabilidad implica que en la dinámica temporal de las trayectorias estás tiendan a formar un atractor simple, ya sea de punto fijo o ciclo límite, puesto que la distancia de un punto X(t) a X(0) se acerca cada vez más al punto de equilibrio.

a) inestable si no es estable [o positivo si es inestable], debido a que la distancia entre el punto X(t) al X(0) va en aumento.

b) y asintóticamente estable (AE) si es estable y el límite del punto seleccionado fuera del PE X(t) [cuando t sea muy grande o infinito] sea igual con el punto de equilibrio, lo que es lo mismo, cada vez que el punto X(t) sea infinito este tendera a formar un atractor simple: ya sea de punto fijo o de ciclo límite.

Esta definición tiene como condición implícita la existencia de la solución para todo t mayor o igual con cero. Dicha propiedad de existencia global (en el tiempo) de la solución no está garantizada, puesto que se requieren condiciones adicionales en el teorema de Lyapunov que van a permitir la existencia global (en el tiempo) de la solución.

Ahora, es posible determinar la estabilidad en el PE a través de diversas funciones, para ello, se considera que el subconjunto de números reales comprende una función continuamente diferenciable, es decir, que se puede evaluar en el tiempo una trayectoria del atractor que contiene el origen [PE=0 ó X(0)].

Ello permite establecer un primer teorema. Donde, la enunciación del subconjunto de números reales conduce a que:

Teorema 1 (Lyapunov). Sea el origen X=0 un PE de un sistema con una función, tal qye evaluable en el tiempo que lleva a los números reales asignados a un espacio tridemensional como el territorio tal que

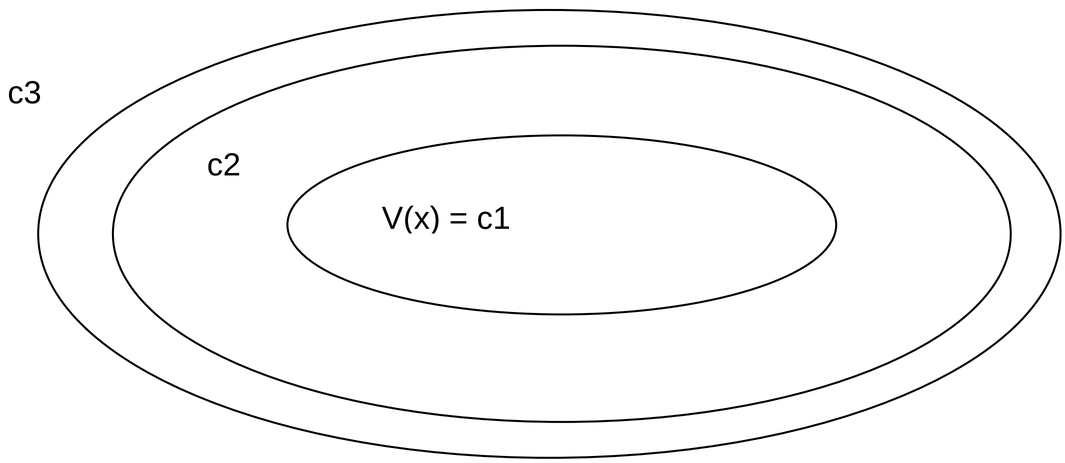
1) La función evaluada en X= 0 sea igual con cero [asintóticamente estable] y evaluada en un punto X tenga un resultado negativo [estable].
2) La evolución de la función en el tiempo sea negativa o igual con cero en el subconjunto de los números reales.
3) Entonces X=0 es estable. Si la evolución de la función X es negativa en el subconjunto de los números reales.
4) Entonces X=0 es Asintóticamente Estable.

Para la demostración véase Serón (2000).

En este sentido, una función evaluable en el tiempo que satisface (1) y (2) se denomina función de Lyapunov. De tal manera que una superficie establecida con base en los números reales espacio-tridimensional y evaluada en un punto X es una superficie de Lyapunov. Usando superficies de Lyapunov, (véase el esquema 5: que da una interpretación intuitiva del teorema 1). La condición de evolución de la función evaluable en el tiempo negativa o igual con cero implica que cuando la trayectoria cruza la superficie de Lyapunov se introduce en un conjunto Ω donde: el punto X dado en un subconjunto de los números reales presenta como función una condición en la que es negativa o igual con cero respecto de la superficie de nivel o de Lyapunov y nunca puede salir de esta superficie, es decir, el punto de evaluación no puede salir de la superficie de nivel donde experimenta sus trayectorias deterministas [véase el punto cualesquiera X en c1 del esquema 5].

Cuando la evolución diferenciable es negativa, la trayectoria se mueve de una superficie de Lyapunov a otra superficie de Lyapunov interior con un c menor, por ejemplo de c3 a c2 ó de c2 a c1. A medida que c decrece, la superficie de Lyapunov V(x) = c se reduce hasta transformarse en el origen, mostrando que la trayectoria tiende al origen cuando el tiempo tiende a infinito [convirtiéndose en un atractor de punto fijo o de ciclo límite o atractor no caótico]. Podemos concluir: que el origen es estable porque la trayectoria puede ser encerrada en cualquier bola o espacio-tridimensional, sólo con requerir que el estado inicial X(0) pertenezca a una superficie de Lyapunov contenida en dicha bola o espacio-tridimensional [territorio].

Esquema 5: curvas de nivel de una función de Lyapunov



Fuente: adecuación propia con base en (Serón, 2000).

III.2.2 Inestabilidad.

Vamos a ver un teorema que prueba que un PE es inestable.

Dada c :

5) c o curva de nivel del esquema anterior igual con un punto X evaluado en la función evaluable en el tiempo y positiva, donde

Teorema 2 (Chetaev).

Sea X=0 un PE de un estado estacionario. Existe una función evaluable en el tiempo que lleva a los números reales tal que dicha función evaluada en cero será igual con cero y la función evaluada en x_0 sea positiva para algún x_0 con distancia arbitraria y pequeña. Se define el conjunto c como en (5) y suponemos que la evolución de la función es positiva en c. Entonces x=0 es inestable. Esto quiere decir que dado el esquema 5: pasamos de c1 a c2 y de c2 a c3 por lo que nos alejamos del punto de equilibrio y en este caso sr forma u atractor extraño o propiamente caótico.

Para la demostración véase Serón (2000).

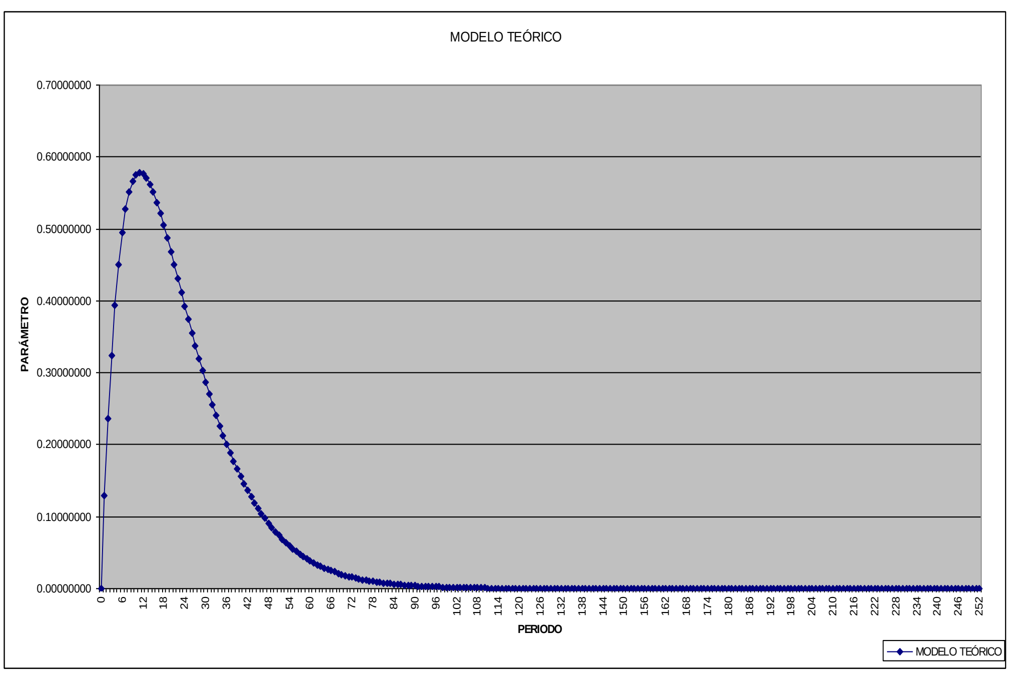
Por otra parte, es posible observar que las condiciones espaciales caóticas permiten configurar la existencia de atractores simples y/o extraños. Lo cual, puede ser constatado a través de la evaluación de la caosticidad del sistema de referencia.

Para ello se evaluará la función que determina tal sistema por medio del llamado exponente de Lyapunov. El cual opera bajo un esquema bivalente, de tal suerte que si el exponente resulta ser positivo; la situación que experimenta el sistema es caótico extraño o inestable y por el contrario, si este es negativo; el sistema está representado por un atractor simple: de ciclo límite o de punto fijo o estable o no caótico. La estimación del exponente de Lyapunov corresponde con:

$$\lambda = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \log \left| f'(x_i) \right|$$

Así la presentación de un sistema, que en origen es estadísticamente caótico y que tiende a ser un sistema estable, como atractor de punto fijo, se establece por medio de una curva de saturación de bienestar territorial, en cuyo caso es asintóticamente estable e igual a cero cuando el tiempo tiende a infinito (véase esquema 6).

Esquema 6: Modelo teórico de saturación de bienestar territorial.



Fuente: Elaboración propia.

IV. Aplicación: la saturación de bienestar territorial en la CDMX.

Ahora bien, para la enunciación de la aplicación e interpretación de resultados de la saturación del bienestar territorial se tomó como referencia el nivel de bienestar bajo y muy bajo de las Áreas Geo-Estadísticas Básicas (AGEB) de las alcaldías de la CDMX [véase Bolívar y Caloca, 2011]. Expresado en porcentaje, y que comprende la estimación de un índice de bienestar, el cuál está formado a partir de seis categorías a saber: 1) ingresos precarios menores a dos salarios mínimos, 2) condiciones materiales de la vivienda, 3) servicios dentro de la vivienda, 4) educación principalmente dada por la tasa de analfabetismo y la inasistencia escolar en edad en que las niñas y los niños debiesen asistir, 5) servicios de salud y 6) tenencia de algunos bienes como refrigerador y estufa. Para ello, el índice se estimó a partir del método de componentes principales, presentando los resultados en los cuadros 1 y 2, así como el plano de localización de las alcaldías (plano 1), y el correspondiente a la identificación de las cuatro regiones establecidas en la CDMX (plano 2) (Para una referencia de la construcción de las regiones véase Bolívar y Caloca, 2011).

Plano 1: Alcaldías de la CDMX.

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 1: Distancias porcentuales por alcaldía de la CDMX 1990-2030.

ALCALDÍA	1990	2000	2010	2020	2030
BENITO JUAREZ	3.63	1.08	1.03	1.02	0.97
CUAUHTEMOC	5.85	9.53	9.23	9.20	9.09
MIGUEL HIDALGO	7.51	9.44	9.15	9.12	9.01
COYOACAN	7.31	7.52	7.28	7.25	7.17
VENUSTIANO CARRANZA	11.11	16.81	16.36	16.28	16.09
AZCAPOTZALCO	14.11	15.20	14.78	14.72	14.54
GUSTAVO A. MADERO	17.00	24.01	23.44	23.32	23.03
IZTACALCO	18.01	18.51	18.03	17.94	17.72
IZTAPALAPA	26.26	39.36	38.59	38.35	37.84
ALVARO OBREGON	27.80	26.07	25.46	25.33	25.01
TLALPAN	32.45	26.32	25.71	25.58	25.25
MAGDALENA CONTRERAS	45.53	49.87	49.04	48.71	48.03
XOCHIMILCO	56.11	54.53	53.69	53.33	52.57
CUAJIMALPA DE MORELOS	60.29	42.04	41.25	40.99	40.44
TLAHUAC	76.28	42.72	41.92	41.66	41.09
MILPA ALTA	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

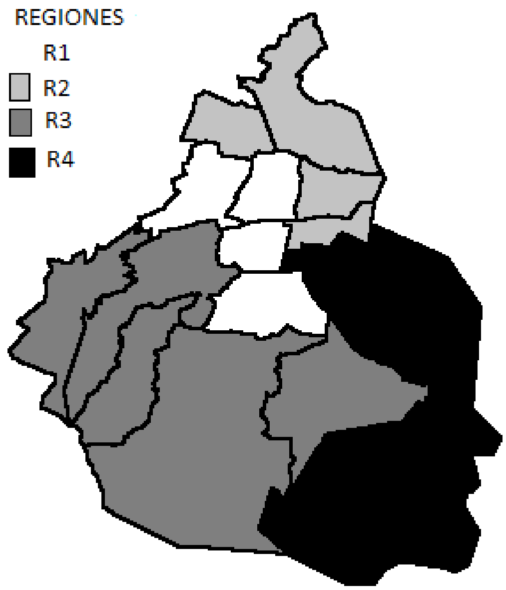
Fuente: (Bolívar y Caloca, 2011).

Cuadro 2: Promedios % por región, según alcaldías de la CDMX 1990-2030.

REGIÓN	1990	2000	2010	2020	2030
R1	6.08	6.89	6.67	6.65	6.56
R2	15.06	18.63	18.15	18.07	17.85
R3	44.44	39.77	39.03	38.79	38.26
R4	67.51	60.69	60.17	60.00	59.64

Fuente: elaboración propia con base en cuadro 1.

Plano 2: Ubicación territorial de las cuatro regiones de las alcaldías de la CDMX.



Fuente: elaboración propia con base en el cuadro 2.

Por otra parte, se procede a estimar el exponente de Lyapunov obteniendo los siguientes resultados: en primera instancia el sistema se determina como no caótico (véase cuadro 3), lo cual indica que en el tiempo el bienestar en la CDMX tiende a aumentar y con ello a disminuir la precariedad, siempre y cuando se sigan las políticas públicas adecuadas en la zona.

Empero los resultados no son del todo alentadores (véase cuadro 3) en el caso del análisis para cada región se tiene que: la región 1 y 2 resultan con un exponente de Lyapunov negativo lo cual expresa que el nivel de bienestar precario es estable y que con el tiempo puede disminuir aún más. Este resultado corresponde con las alcaldías que experimentan los niveles más bajos de precariedad en la CDMX. Por el contrario, en el caso de las alcaldías que cuentan con los niveles más altos de precariedad el exponente de Lyapunov es positivo. Con ello, se indica que en las regiones 3 y principalmente la 4 lo que se tiene es un atractor caótico o extraño, es decir que se tiende a la inestabilidad del subsistema antes que a su estabilidad, en este caso la precariedad tiende a aumentar.

Lo anterior, nos indica que la heterogeneidad del bienestar entre las regiones de las alcaldías de la CDMX, marcan pautas para contar tanto con subsistemas estables como inestables, y que la reducción de la precariedad puede conducir en un futuro a la estabilidad de los subsistemas inestables. Ello, es alentador cada vez que la estabilidad del sistema en general contempla los impactos de todas y cada una de las evoluciones de las alcaldías de la CDMX. Es decir, el sistema en general tiende a ser estable muy a pesar de que existan atractores extraños entre las regiones de las alcaldías de la CDMX.

Cuadro 3: Regiones de la CDMX y exponente de Lyapunov 1990-2030.

REGIÓN	EXPONENTE DE LYAPUNOV
CDMX [SISTEMA]	-0.5253937
R1	-1.3619410
R2	-0.6579327
R3	0.1248381
R4	0.1964473

Fuente: elaboración propia.

De esto se puede deducir que cada vez que nos alejamos del centro de la ciudad o región 1 y nos acercamos a la región periférica o región 4 se pasa de subsistemas estables a subsistemas caóticos o inestables, debido principalmente a un incremento en la merma del bienestar de las personas que allí habitan. Claro es que si se toma en consideración esto está acompañado por zonas, dentro de las regiones 3 y 4, de pueblos conurbados y asentamientos irregulares se puede inferir el caos que ello propicia para la estabilidad del sistema CDMX.

Una vez establecida la existencia de subsistemas caóticos o inestables y estables es plausible argumentar, a través de la relación inversa entre bienestar y estabilidad de los subsistemas, que este tipo de condiciones únicamente disminuirán si se piensa en un programa de políticas públicas encaminada a elevar los niveles de bienestar. No a través de fortalecer uno o dos variables sino el conjunto de variables y por concentración de recursos en una zona y luego en otra hasta cubrir todo el espectro, sin embargo, esto está sujeto a la voluntad política y a los intereses políticos de los gobernantes. Sin embargo, en primer lugar, hay que atender las zonas de asentamientos irregulares en los pueblos conurbados de Milpa Alta, zona en donde se ubican las personas con los más bajos recursos de la CDMX.

VI. Conclusiones.

Son diversas las reflexiones finales, la 1ª de ellas tiene que ver con la cuestión de la estabilidad e inestabilidad de los sistemas urbanos de bienestar. En este caso, el sistema evaluado, respecto de las condiciones peores de bienestar de las alcaldías de la CDMX, presenta un esquema de estabilidad. Dicha condición de estabilidad implica que como sistema la CDMX se presenta como un atractor simple de punto fijo, lo que implica que en la vecindad cualquier punto X tendera a equipararse con el punto de equilibrio pasando de un nivel a otro y que en términos de bienestar implica que este va en aumento para el sistema CDMX como conjunto.

Ahora bien, al interior de la CDMX, dado por las regiones o subsistemas las explicaciones son diferentes, se tiene que de las cuatro regiones predeterminadas, la región 1 y 2 son estables puesto que allí el nivel de bienestar precario va en disminución, por el contrario en las regiones 3 y 4 el bienestar precario es tan mayor que estas son inestables o caóticas: sobre todo en la región 4 que comprende entre sus alcaldías a la alcaldía Milpa Alta donde la precariedad es la más elevada de la CDMX, ello por cuestiones como contar con un gran número de asentamientos irregulares en condiciones de alta precariedad.

La 2ª reflexión tiene que ver con que un sistema estable puede contener subsistemas inestables. Esto se explica porque los impactos de caosticidad de los subsistemas o regiones 3 y 4 son menores que los impactos de estabilidad no caótica de las regiones 1 y 2. Es decir, las alcaldías de las regiones 1 y 2 presentan una importante merma en su precariedad que es mayor que cualquier impacto de precariedad mayor que presentan las alcaldías de las regiones 3 y 4.

Lo anterior conduce a que, aunque al interior de la CDMX existe inestabilidad, dada por las regiones y sus alcaldías caóticas, presenta una tendencia a la disminución sustancial de la precariedad en un futuro: si bien esto no ocurrirá para el 2030. Condición en que la precariedad está presente.

La 3ª reflexión versa sobre cómo ese planteamiento de la determinación de la caosticidad redunda en un esquema positivo para la enunciación de pautas normativas que orientan un tipo de política pública que puede aplicarse en una región antes que en otras para mejorar las condiciones del sistema o CDMX y que está en su interior reduzca sus grados de inestabilidad caótica.

VII. BibliografÍa citada.

Bolívar, A. y Caloca, O. (2011), “Distribución espacial de la pobreza Distrito Federal de México 1990-2040”, *Revista Polis* número 29, Chile, Universidad Bolivariana.

Cambel, A. (1999), *Applied Chaos Theory: a paradigm for complexity*, USA, Academic Press.

Gleick, J. (2012), *Caos: la creación de una ciencia*, Barcelona, Crítica.

Popper, K. [1934]. “Falsificacionismo contra convencionalismo”, Miller, D. (comp. 1997), *Popper escritos selectos*, México, Fondo de Cultura Económica.

------- [1965], “Indeterminismo y libertad humana”, Miller, D. (comp. 1997), *Popper escritos selectos*, México, Fondo de Cultura Económica.

------- (1968), *Conjeturas y refutaciones*, Barcelona, Paidós.

Romanelli, L. (2006), “Teoría del caos en los sistemas biológicos”, *Revista Argentina de Cardiología*, Argentina, número 6 volumen 74, pp. 478-482.

Sametband, M. (1999), *Entre el orden y el caos la complejidad*, México, Fondo de Cultura Económica.

Serón, M. (2000), *Sistemas no lineales*: *notas de clase*, Colombia, Universidad del Rosario, Mimeo.

Sibirsky, K. (1975), *Introduction to topological dynamics*, Leyden, Noordhoff.

VII. BibliografÍa recomendada.

Arrowsmith, D. y Place, C. (1992), *Dynamical Systems: differential equations, maps and chaotic behavior*, United Kingdom, Chapman and Hall.

Balchin, P., Isaac, D. y Chen, J. (2000), *Urban Economics*, Great Britain, Palgrave.

Boltvinik, J. y Hernández Laos, E. (1999), *Pobreza y Distribución del Ingreso en México*, México, siglo XXI editores.

Briggs, J. y Peat, D. (1999), *Las siete leyes del caos*, Barcelona, Grijalbo.

Ekeland, I. (2001), *El caos*, México, siglo XXI editores.

Fujita, M., Krugman, P. y Venables, A. (2000), *Economía Espacial*, Barcelona, Ariel.

Gulick, D. (2000), *Encounters with chaos*, United Kingdom, IoP.

Kapitaniak, T. (2000), *Chaos for engineers*, Berlin, Springer Verlag.

Mendelson, B. (1990), *Introduction to topology*, New York, Dover.

Nagashima, H y Baba, Y (1999), *Introduccion to Chaos*, Bristol, IoP.

O' Sullivan, A. (2002), *Urban Economics*, USA, IRWIN.

Prigogine, I. (1999), *Las leyes del caos*, Barcelona, Crítica.

Puu, T. (2000), *Attractors, bifurcations and chaos*, Berlin, Springer Verlag.

Ríos, S. (1995), *Modelización*, Madrid, Alianza.

Sánchez, J. M. y de Santiago, R. (1998), *Utilidad y Bienestar*, Madrid, Síntesis.

Sen, A. (2000), *Desarrollo y libertad*, México, Planeta.

------- (1995), *Nuevo examen de la desigualdad*, Madrid, Alianza.

------- (1976), *Elección colectiva y bienestar social*, Madrid, Alianza.

Suriñach, J. (1995), *Análisis económico regional*, Barcelona, Antoni Bosch.

Winch, D. M. (1975), *Economía analítica del bienestar*, Madrid, Alianza.

Zill, D. (2007), *Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones de modelado*, México, Thomson.